

2.

ABORDAREA PROBABILISTICĂ A CALCULULUI STRUCTURILOR

2.1. Introducere

Evoluția procedeeleor de calcul a construcțiilor este sintetizată de prof. C. Avram în prefața la cartea "Siguranța structurilor" [2.1]. **Metoda rezistențelor admisibile**, primul procedeu utilizat la proiectarea structurilor, a fost introdus ca urmare a dezvoltării teoriei matematice a elasticității. Progresele ulterioare realizate în teoria matematică a plasticității și cunoașterii mai exacte a proprietăților materialelor de construcții, au condus la adoptarea **metodei de calcul la rupere** a construcțiilor, în special a celor din beton armat. Elaborarea **metodei de calcul la stări limită**, care face posibilă analiza comportării elementelor de construcții și a structurilor atât în stadiul elastic sau vâscos-elastic de serviciu (stări limită de exploatare), cât și în stadiul plastic de rupere (stări limită ultime sau ale capacității portante), a fost posibilă datorită dezvoltării cunoștințelor teoretice și experimentale, precum și acumulării unui volum mare de date privind acțiunile și proprietățile fizico-mecanice ale materialelor și structurilor.

Apreciate din punctul de vedere al conceptului de siguranță, procedeele de calcul se pot grupa astfel: metodele de calcul la rezistențe admisibile și la rupere sunt **metode deterministe**, în care parametrii de bază care intervin în calcul (acțiuni, rezistențe, mărimi geometrice, etc.) sunt considerați nealeatori, cu valori certe; metoda de calcul la stări limită admite **conceptul de siguranță probabilist**, pornind de la constatarea că modelul de calcul probabilist se apropie cel mai mult de comportarea reală a structurilor. În mod real însă, metoda de calcul la stări limită admite un **concept de siguranță semiprobabilist**, deoarece unele variabile se consideră parțial aleatorii și parțial nealeatorii. Semnificative în acest sens sunt valorile de calcul ale rezistențelor betonului și armăturilor care se obțin prin înmulțirea rezistențelor caracteristice sau normate (mărimi aleatorii definite pe baze probabilistice) cu coeficienți subunitari, stabiliți pe baze deterministe. **Metodele de calcul probabilist** presupun ca parametrii de bază ai calculului să fie mărimi aleatorii.

Amintit anterior, conceptul de **siguranță a construcțiilor** reprezintă ansamblul condițiilor necesare a fi îndeplinite la proiectarea și execuția unei construcții pentru ca aceasta să nu sufere avarii datorită diverselor acțiuni. Siguranța construcțiilor este indisolubil legată de conceptul de calitate și se exprimă cantitativ prin probabilitatea de supraviețuire, fără apariția de avarii.

Abordarea probabilistă a calculului structurilor presupune evaluarea statistică a caracteristicilor construcțiilor - calitatea materialelor, acțiuni în construcții - utilizându-se diferite modele probabilistice precum și evaluarea statistică a siguranței construcțiilor.

2.2. Modele probabilistice folosite

Experiența determinării proprietăților fizico-mecanice ale materialelor și a încercărilor elementelor și construcțiilor arată că, în condiții egale, se obțin rezultate diferite, caracterizate printr-o anumită dispersie a mărimilor măsurate și datorate specificului materialului, elementului sau construcției cât și tehnicii încercărilor. Rezultă că datele obținute din măsurători sunt **mărimi aleatorii**. Prin definiție, un eveniment (fenomen) **E** este aleator atunci când realizând un complex de condiții **S**, evenimentul **E** câteodată se produce, iar câteodată nu se produce. Legătura dintre complexul de condiții **S** și evenimentul **E** este dată de legea de probabilitate **p**, care arată de câte ori se produce evenimentul **E** și de câte ori nu se produce pentru un număr **n** de cazuri. Spre deosebire de evenimentul aleator, un eveniment **E** este cert când realizând un complex de condiții **S**, evenimentul **E** se produce întotdeauna.

Mărimile aleatorii sunt interpretate prin **metode statistice**, care sunt tot mai mult aplicate și la evaluarea siguranței construcțiilor. Pentru aprecierea mai corectă a diversilor parametrii cu care se operează în construcții se aplică metodele statisticii matematice.

Obiectul statisticii matematice constă în prelucrarea metodelor de analiză a rezultatelor observațiilor fenomenelor și în stabilirea metodelor de planificare a acestor observații. Spre deosebire de calculul probabilităților, care operează cu caracteristici ale repartițiilor teoretice ale mărimilor aleatoare, statistica matematică se ocupă cu obținerea, prelucrarea și interpretarea caracteristicilor repartițiilor empirice și găsirea unor repartiții teoretice de probabilitate, corespunzătoare acestora.

2.2.1. Repartiții de frecvență

Variabilele aleatoare sunt unidimensionale sau **n** - dimensionale. Variabila aleatoare unidimensională se numește **discretă** sau **discontinuuă** dacă valorile sale, notate în ordinea crescătoare x_1, x_2, \dots , sunt distincte, formând o mulțime finită (variabilă aleatoare simplă) sau o mulțime infinită numărabilă și se numește **continuuă** dacă valorile sale, notate cu **x**, umplu un interval finit sau infinit. Valoarea **x** se numește **argumentul** variabilei aleatoare și are loc cu o probabilitate $p = f(x)$, care se numește **funcția de probabilitate** (frecvența elementelor) și caracterizează **distribuția** (repartiția) variabilei aleatoare.

Modul de reprezentare al unei variabile statistice și legătura cu variabilele aleatoare din teoria probabilităților se face prin tablourile:

$$X: \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{pmatrix}, p_i \geq 0, \sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad (2.1)$$

pentru cazul variabilei aleatoare simple, în care p_i este probabilitatea ca **X** să ia valoarea x_i și:

$$X: \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ f_1 & f_2 & \dots & f_n \end{pmatrix}, \sum_{i=1}^n f_i = 1 \quad (2.2)$$

pentru cazul variabilei continue (variabilă statistică), în care f_i este frecvența relativă a variabilei x_i . Dacă datele referitoare la variabila aleatoare sunt aranjate într-un tabel, care dă frecvența elementelor (funcția de probabilitate), aflate în intervale succesive, de preferință egale, de valori ale variabilei x , un astfel de tabel se numește **repartiție de frecvență**. Reprezentarea grafică a repartiției de frecvență se face cu ajutorul **poligonului frecvenței** sau al **histogramei** (Figura 2.1). Prin unirea punctelor reprezentând frecvența absolută din mijlocul intervalelor succesive cu linii drepte rezultă poligonul de frecvență, iar prin trasarea unor linii orizontale scurte și unirea cu linii verticale rezultă histograma.

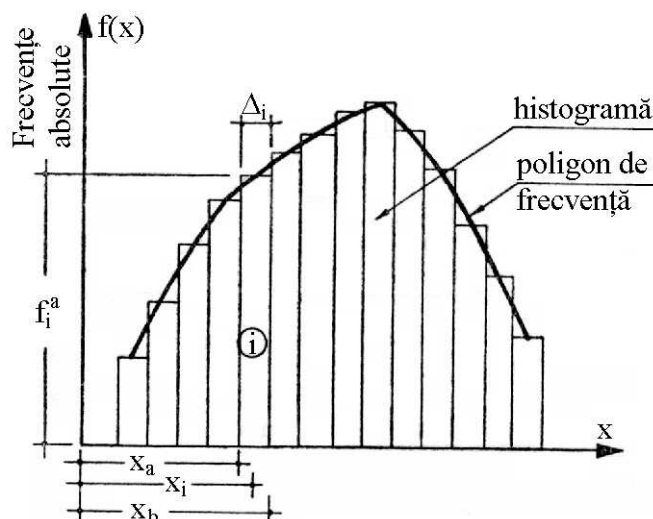


Figura 2.1. Histograma și poligonul de frecvență.

Dacă intervalele de grupă sunt micșorate și numărul de observații crește, astfel încât frecvențele să rămână finite, poligonul și histograma se apropie de o curbă netedă - **curba de frecvență (curba densității de repartiție)**.

Repartițiile de frecvență cele mai des întâlnite în practică sunt de patru tipuri (Figura 2.2): a) repartiția de frecvență simetrică ideală; b) repartiție moderat asimetrică (oblică); c) repartiție extrem asimetrică sau **j**; d) repartiție în formă de **U**. Cazurile **a** și **b** sunt cele mai frecvente în statistică, repartiția moderat asimetrică fiind cea mai întâlnită și utilizată. Cazul **c** este un caz limită al repartiției **b**, iar cazul **d** este mai rar întâlnit.

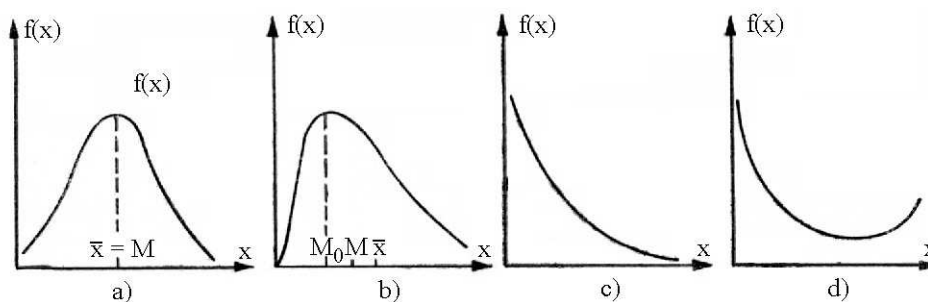


Figura 2.2. Tipuri de repartiții de frecvență.

În cele mai multe cazuri analiza histogramei și a poligonului de frecvență este insuficientă pentru a se obține informații detaliate asupra distribuției valorilor experimentale. În aceste situații se determină caracteristici de ansamblu ale histogramei; printre aceste caracteristici, cea mai simplă și mai importantă este măsura **tendinței centrale** a distribuției.

Tendința centrală a distribuției se exprimă prin **indicatorii de localizare statistică**: media aritmetică; media geometrică; media pătratică; mediana; modulul.

Media aritmetică nu poate da nici o indicație asupra împrăștierii rezultatelor. Este necesar, de cele mai multe ori, să se cunoască modul și măsura în care datele se abat de la tendința generală, ceea ce se apreciază prin **indicatorii de măsură ai împrăștierii** (măsura variabilității) și care sunt: amplitudinea; abaterea medie; abaterea medie pătratică sau deviația (abaterea) standard; dispersarea variabilei aleatoare; abaterea medie pătratică corectată; coeficientul de variație.

2.2.2. Legi de repartiție folosite în studiul statistic al calității și siguranței construcțiilor

Exemplele de repartiții de frecvențe prezentate anterior s-au referit la date obținute din determinări experimentale. Pe baza unor ipoteze generale se poate, însă, deduce și matematic repartiția de frecvență a unei anumite populații, repartițiile de acest fel fiind denumite repartiții teoretice. Se vor prezenta în continuare legi de probabilitate ale unor variabile aleatoare din teoria probabilităților care se întâlnesc în studiul unor populații statistice.

Repartițiile de frecvență se împart în două categorii: repartiții continue și repartiții discrete. Din prima categorie fac parte următoarele repartiții mai folosite: repartiția normală, repartiția Student, ș.a. Din categoria repartițiilor discrete fac parte: repartiția binomială, repartiția Poisson, ș.a.

Legile de repartiție ale frecvențelor sunt caracterizate prin următoarele:

- Densitatea de repartiție sau densitatea de probabilitate (numită și funcție de frecvență) este funcția al cărei grafic este curba de frecvență și reprezintă înfășurătoarea histogramei normalizate a frecvențelor relative; pentru o distribuție continuă, densitatea de repartiție (funcția de frecvență) se notează $f(\mathbf{x})$, iar pentru o distribuție discretă $p(\mathbf{x})$.

- Funcția de repartiție (de distribuție) $F(\mathbf{x})$ reprezintă probabilitatea ca valorile variabilei aleatoare să fie mai mici sau cel mult egale cu o valoare dată \mathbf{x}_k . Cu alte cuvinte, funcția de repartiție reprezintă ariile delimitate de curba normală de la $-\infty$ la valoarea dată \mathbf{x}_k . Pentru o distribuție continuă, funcția de repartiție are expresia (vezi Figura 2.3.a):

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx \quad (2.3)$$

iar pentru o distribuție discretă (vezi Figura 2.3.b și Figura 2.1):

$$F(x) = \sum_{i \rightarrow \infty}^k f(x_i) \Delta_i \quad \text{sau} \quad F(x) = \sum_{x_i < x} p_i \quad (2.4), (2.5)$$

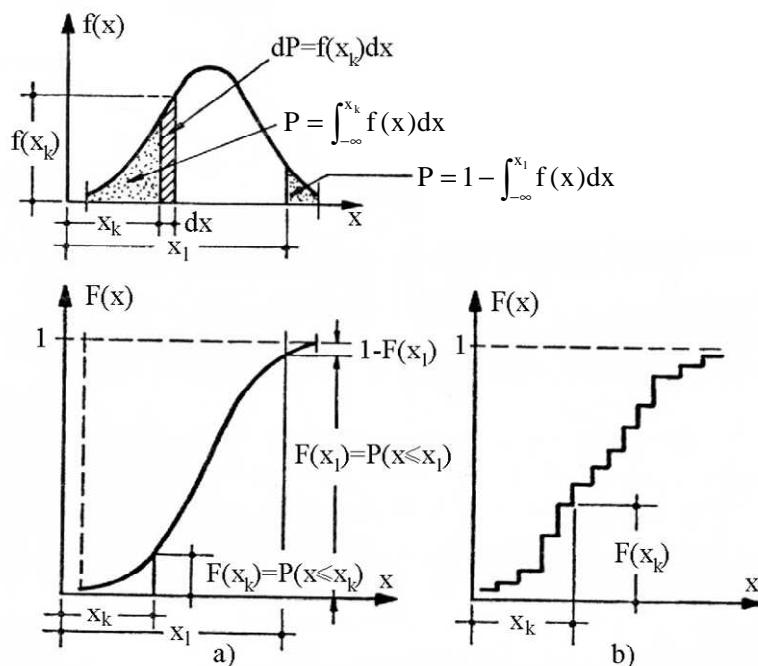


Figura 2.3. Densitatea de repartiție și funcția de repartiție.

Funcția de repartiție, ca orice probabilitate, este:

$$0 \leq F(x) \leq 1 \tag{2.6}$$

2.2.2.1. Distribuția normală și lognormală

Distribuția normală este caracteristică multor valori experimentale care au o repartiție simetrică.

Densitatea de repartiție a distribuției normale cu centrul în valoarea medie \bar{x} și cu dispersia s^2 este:

$$f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{s}\right)^2} \tag{2.7}$$

$(x \in \mathbb{R}, s > 0)$

Graficul acestei funcții (Figura 2.4), cunoscut sub denumirea "clopotul lui Gauss", este simetric față de abscisa $x = \bar{x}$, pentru care valoarea maximă a funcției este:

$$f(x = \bar{x}) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} = \frac{0,39894}{s} \tag{2.8}$$

și are două puncte de inflexiune la $\bar{x} \pm s$, iar

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0 \tag{2.9}$$

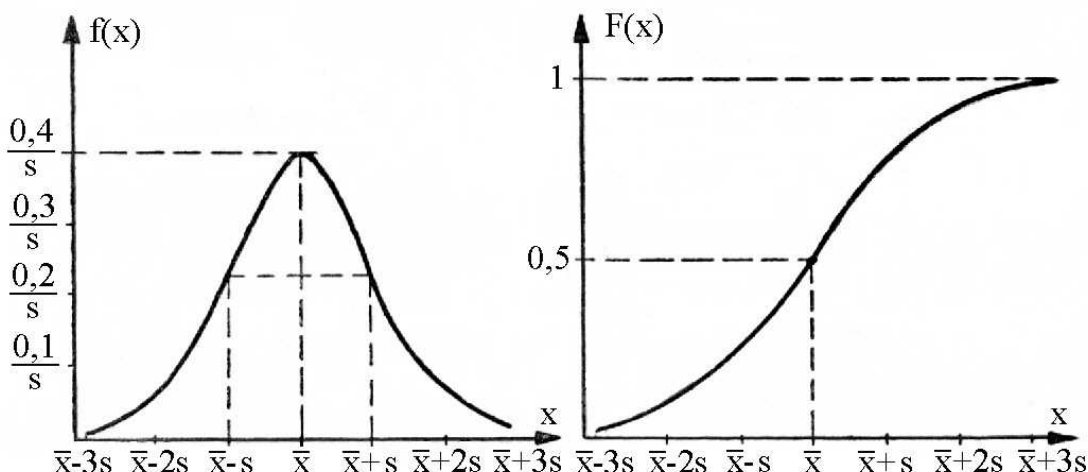


Figura 2.4. Distribuția normală (Gauss).

Funcția de repartiție este:

$$F(x) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{s}\right)^2} dx \tag{2.10}$$

Dacă se reprezintă distribuția normală într-un sistem de axe de coordonate cu originea în abscisa corespunzătoare mediei ($\bar{x} = 0$) se obține **repartiția normală normată**, care are dispersia egală cu **1** (Figura 2.5).

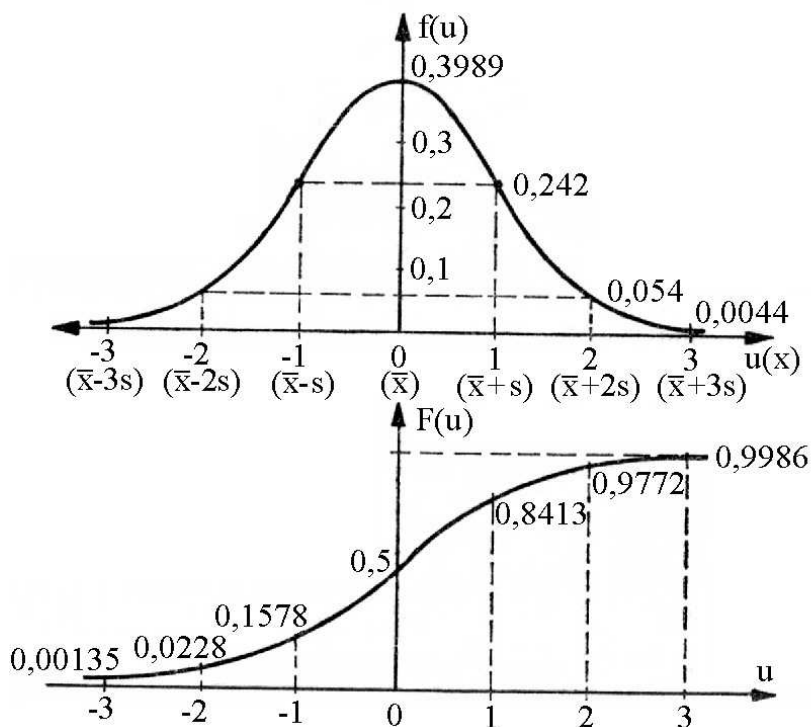


Figura 2.5. Densitatea de repartiție și funcția de repartiție pentru variabila normată.

Trecerea la expresiile inițiale ale funcțiilor se face prin schimbarea variabilei în variabila normată, care este:

$$u = \frac{x - \bar{x}}{s} \quad (2.11)$$

Densitatea de repartiție și funcția de repartiție devin:

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \cong 0,4e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (2.12)$$

$$F(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (2.13)$$

Câteva valori ale funcției $F(u)$ în raport cu $u = (x - \bar{x})/s$ sunt date în cartea "Verificarea calității, siguranței și durabilității construcțiilor" [2.2] și Figura 2.5. Funcția de distribuție se mai poate scrie și sub forma:

$$F(u) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-\frac{u^2}{2}} du = \frac{1}{2} + \Phi(u) \quad (2.14)$$

întrucât este simetrică față de axa ordonatelor și

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \quad (2.15)$$

Din Figura 2.6 se constată că intervalul delimitat de variabilele normate $-u_1$ și u_1 este denumit **interval de încredere**, iar cel din afară ($|u| > u_1$) este definit ca interval critic, probabilitatea ca valorile lui u să aparțină intervalului critic **prag (nivel) de semnificație**; se constată că integrala definită $\Phi(u)$, denumită funcția Laplace, este jumătate din aria mărginită de curba $F(u)$ în intervalul de încredere.

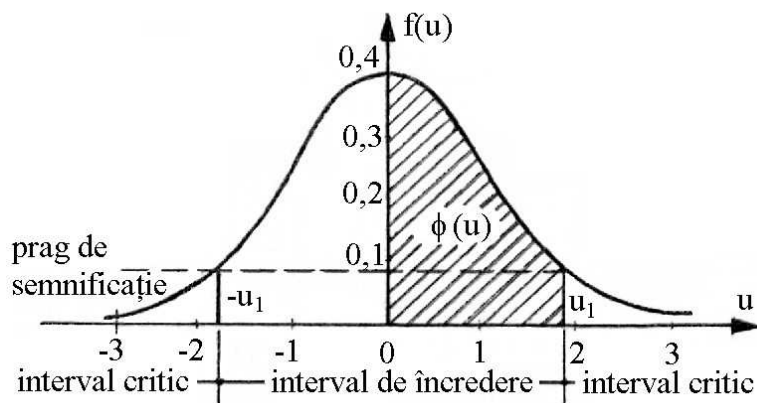


Figura 2.6. Semnificația grafică a densității de repartiție.

Din Figura 2.6 și relația (2.14) se constată că **probabilitatea ca variabila aleatoare să ia valori în intervalul critic este:**

$$P(u) = \frac{1}{2} - \Phi(u) = 1 - F(u) \quad (2.16)$$

Relația (2.11) reprezintă ecuația unei drepte, ceea ce se dovedește prin coliniaritatea punctelor definite de variabila aleatoare x și variabila aleatoare normată u . În Figura 2.7 s-a reprezentat dreapta definită de relația (2.11), în ordonată fiind reprezentată și funcția de distribuție $F(u)$ la scară normală (gaussiană).

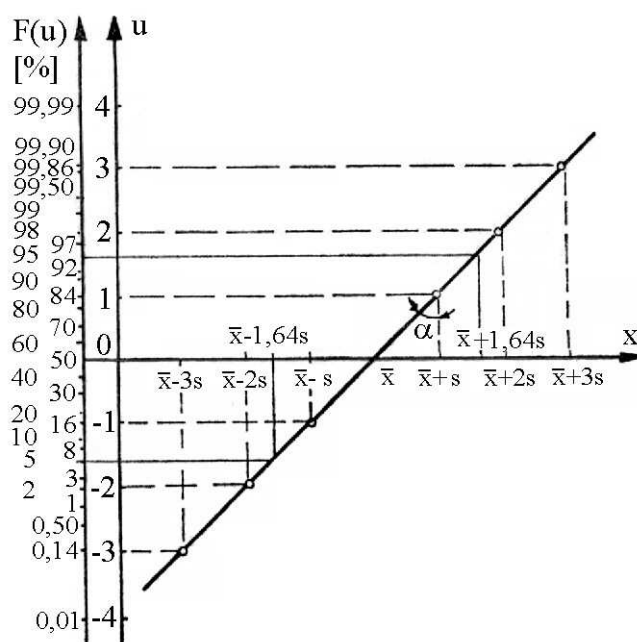


Figura 2.7. Coliniaritatea distribuțiilor normale în coordonatele $x - u$ și $x - F(u)$.

Reprezentarea din Figura 2.7 se bucură de proprietățile:

- intersecția dreptei cu axa absciselor are loc în dreptul mediei aritmetice (\bar{x}), la care $F(u) = 50\%$ și $u = 0$;
- abaterea medie pătratică s reprezintă coeficientul unghiular al dreptei, adică

$$s = \operatorname{tg}\alpha = \frac{\bar{x} + s - \bar{x}}{1} \quad (2.17)$$

- distribuția colineară permite determinarea probabilității ca variabila aleatoare să ia o anumită valoare.

Din relația (2.11), de definire a variabilei normate, se poate reveni la variabila aleatoare x :

$$x = \bar{x} \pm us \quad (2.11a)$$

Relația (2.11a) poate fi folosită pentru a se determina intervalul critic în care se poate situa variabila aleatoare x , pentru o probabilitate dată; se cunoaște media \bar{x} , abaterea standard s , iar u se scoate din tabele [2.2] în funcție de probabilitatea dată. Spre exemplu,

care sunt valorile minimă și maximă ale variabilei x , pentru o probabilitate de 5 % (0,05)? Conform datelor din [2.2] se obțin:

$$P(u) = 0,05 ; F(u) = 1 - P(u) = 1 - 0,05 = 0,95 ; u = 1,6448 \text{ și deci:}$$

$$x_{\min} = \bar{x} \pm 1,6448s \quad (2.11b)$$

Rezultă că 5 % din valorile variabilei sunt mai mici decât x_{\min} și 5 % sunt mai mari decât x_{\max} .

Valorile de mai sus pot fi regăsite și din Figura 2.7 (la $F(u) = 95\%$ corespunde $x + 1,64s$ și la $P(u) = 5\%$ rezultă $x - 1,64s$).

În statistică, valorile x_{\min} și x_{\max} sunt denumite **fractili** sau **cuantili** și sunt asociate cu probabilitățile p de a exista valori mai mici sau mai mari. Astfel, fractilul x_p este valoarea variabilei definită cu probabilitatea p de a exista valori mai mici decât x_p , respectiv cu probabilitatea $(1 - p)$ de a exista valori mai mari decât x_p .

Distribuția lognormală se definește prin proprietatea: dacă variabila $\ln x$ este normal repartizată, atunci variabila x este lognormal repartizată. Funcția de repartiție a distribuției lognormale este:

$$F(x) = \int_0^x \frac{1}{x} \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \bar{x}}{s}\right)^2} dx \quad (2.10a)$$

iar densitatea de repartiție

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \begin{cases} 0 & \text{pentru } x \leq 0 \\ \frac{1}{x} \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \bar{x}}{s}\right)^2} & \text{pentru } x > 0 \end{cases} \quad (2.7a)$$

în care \bar{x} și s sunt media și abaterea pătratică a variabilei $\ln x$. Dacă și în acest caz se introduce notația de tipul (2.11), rezultă funcția de frecvență și de repartiție conform relațiilor (2.12) și (2.13).

2.2.2.2. Distribuții pentru maxime și minime (extremelor)

Aceste distribuții sunt utilizate, în ultimul timp, pentru caracterizarea variației aleatoare a acțiunilor în construcții și a unor rezistențe mecanice. Ele se clasifică în următoarele tipuri [2.3]:

- distribuția tip I - Gumbel;
- distribuția tip II - Fréchet;
- distribuția tip III - Weibull.

La fiecare tip de distribuție corespund două distribuții ale valorilor extreme: una pentru maxime și alta pentru minime. Cele mai mult folosite sunt: distribuția tip I, Gumbel pentru maxime; distribuția tip II, Fréchet pentru maxime; distribuția tip III, Weibull pentru minime.

Distribuția Gumbel pentru maxime se folosește în mod curent pentru definirea, pe baze statistice, a acțiunilor climatice (vântul, zăpada, variația de temperatură) și seismice.

Distribuția se caracterizează prin funcția de repartiție:

$$F(x) = e^{-e^{-\alpha(x-u)}} \quad (2.18)$$

și densitatea de repartiție:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \alpha e^{-\alpha(x-u)-e^{-\alpha(x-u)}} \quad (2.19)$$

Pentru minime, funcția de repartiție Gumbel este:

$$F(x) = 1 - e^{-e^{-\alpha(x-u)}} \quad (2.18a)$$

Se constată că aceste distribuții sunt definite de parametrii u și α ; Gumbel a definit parametrul u ca fiind modulul M_0 . Cei doi parametri se pot calcula în funcție de media \bar{x} și abaterea standard s :

$$u = \bar{x} \pm 0,45s,$$

$$\alpha = \frac{\pi}{s\sqrt{6}} \cong \frac{1,2825}{s} \quad (2.20)$$

În relația lui u , semnul minus este pentru maxime iar semnul plus pentru minime.

Din relația (2.20) media și abaterea standard pot fi exprimate în funcție de parametrii u și α sau se pot calcula cu relațiile de definiție.

Mediana distribuției se calculează cu formula:

$$M = u \mp \ln(\ln 2) / \alpha = u \pm 0,3665 / \alpha \cong \bar{x} \pm 0,164s \quad (2.21)$$

iar coeficientul de variație:

$$C_v = \frac{\pi\sqrt{6}}{\alpha u + 0,5772} = \frac{1,2825}{\alpha u + 0,5772} \quad (2.22)$$

În relația lui M , semnele de sus se referă la distribuția pentru maxime, iar cele de jos la distribuția pentru minime.

Dacă se face notația:

$$y = \alpha(x - u) \quad (2.23)$$

rezultă pentru maxime:

$$F(y) = e^{-e^{-y}} \quad (2.24)$$

sau

$$-\ln[-\ln F(y)] = y \quad (2.24a)$$

iar densitatea de repartiție este:

$$f(y) = e^{-y-e^{-y}} \quad (2.25)$$

Dacă se reprezintă distribuția Gumbel pentru maxime se constată că aceasta este asimetrică: maximul densității de repartiție este deplasat spre stânga.

Pentru calculul fractililor x_p ai distribuției Gumbel pentru maxime, definiți de probabilitatea p , se folosește relația (2.18) care devine:

$$F(x)_p = p = e^{-e^{-\alpha(x_p-u)}} \quad (2.18b)$$

iar prin logaritmare rezultă:

$$x_p = u - \frac{1}{\alpha} \ln \ln \frac{1}{p} \quad (2.26)$$

Dacă în locul parametrilor u și α se introduc media \bar{x} și abaterea standard s (2.20), rezultă:

$$x_p = \bar{x} + \left(-0,78 \ln \ln \frac{1}{p} - 0,45 \right) s \quad (2.27)$$

Făcându-se notația

$$K = -0,78 \ln \ln \frac{1}{p} - 0,45 = \frac{-\ln \ln \frac{1}{p}}{1,282} - 0,45 \quad (2.28)$$

ecuația (2.27) se scrie sub forma (vezi relația 2.11a)

$$x_p = \bar{x} + Ks \quad (2.27a)$$

Valorile lui K pentru distribuția Gumbel pentru maxime, în funcție de probabilitățile p , sunt întabulate [2.2], fiind astfel posibil calcularea fractililor x_p .

Întrucât distribuția Gumbel pentru maxime se folosește în mod curent pentru definirea, pe baze statistice, a acțiunilor climatice (vântul, zăpada, variația de temperatură) și seismice sunt necesare câteva completări ale noțiunilor și relațiilor prezentate.

Perioada de revenire $T(x)$ a valorii x (acțiuni climatice sau seismice) este definită ca intervalul de timp N , în ani, între acțiuni a căror valoare depășește valoarea x ; **perioada medie de revenire $\bar{T}(x)$** a valorii x este valoarea medie a perioadei de revenire $\bar{T}(x)$. Perioada medie de revenire se poate defini și în funcție de probabilitatea de depășire a valorii x într-un an, notată cu p_{1an} , rezultând: $\bar{T}(x) = 1/p_{1an}$. Cum funcția de repartiție $F(x)$ este definită prin probabilitatea ca valorile variabilei să fie mai mici decât x , într-o perioadă de un an, rezultă că $F(x) = 1 - p_{1an}$ și deci:

$$\bar{T}(x) = \frac{1}{1 - F(x)} \quad (2.29)$$

În baza relațiilor (2.18b, 2.28) și (2.29) se poate scrie legătura dintre perioada medie de revenire \bar{T} a fractilului x_p și probabilitatea p de a exista într-un an valori mai mici decât x_p :

$$p = 1 - 1/\bar{T} \quad (2.29a)$$

și

$$K_1 = \frac{-\ln \ln \frac{1}{1 - 1/\bar{T}}}{1,282} - 0,45 \quad (2.28a)$$

de unde:

$$x_{\bar{T}} = \bar{x} + K_1 s \quad (2.27b)$$

Pe de altă parte, pentru calculul fractililor x_p pentru maximele în N ani ale intensității încărcării având probabilitatea p se folosește tot o relație de tipul (2.27), în care se introduce factorul

$$K_N = \left(\frac{-\ln \ln \frac{1}{p}}{1,282} - 0,45 \right) + \frac{\ln N}{1,282} \quad (2.28b)$$

2.2.2.3. Evaluarea concordanței distribuțiilor empirice cu cele teoretice

Stabilirea unor criterii de concordanță a distribuțiilor teoretice cu cele empirice (experimentale) reprezintă o problemă importantă a statisticii matematice. Numai o apropiere a celor două curbe nu este suficientă pentru o bună reușită a repartiției empirice. Procedeele de evaluare a apropierii dintre două repartiții se numesc **criterii de concordanță**.

Criteriul lui Kolmogorov permite a se stabili apropierea funcției de repartiție teoretică $F^*(x)$ de funcția de repartiție empirică $F(x)$, în raport cu diferența cea mai mare dintre ordonatele acestora $D = \max |F(x) - F^*(x)|$, considerând că cele două funcții sunt continue. Se calculează:

$$\lambda = D\sqrt{f} \quad (2.30)$$

unde f este numărul observațiilor. Valoarea calculată se compară cu valorile funcției Kolmogorov, întabulate în diferite lucrări [2.4].

Criteriul χ^2 (Pearson), pentru verificarea normalității, constă în calcularea valorii χ^2 cu relația:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^l \frac{(f_i - fp_i)^2}{fp_i} \quad (2.31)$$

în care:

f_i este numărul de valori (mărimile observate sau frecvența) dintr-o clasă sau numărul total de valori în cazul unei singure clase (interval);

$f = \sum f_i$ este numărul total de valori;

l este numărul claselor (intervalelor);

p_i este probabilitatea ca o valoare observată să aparțină clasei i , calculându-se cu relațiile:

$$p_1 = P(-\infty < x \leq x_1) = F(u_1); \quad p_i = P(x_{i-1} < x \leq x_i) = F(u_i) - F(u_{i-1}).$$

Valoarea calculată a lui χ^2 se compară cu valoarea χ_0^2 , dată pentru un anumit nivel de încredere p (în mod obișnuit $p = 5\%$ și 1%) și corespunzătoare numărului de grade de libertate dinamică $k = l - v - 1$ (v - numărul parametrilor estimați). În cazul în care $\chi^2 \leq \chi_0^2$ se verifică ipoteza normalității distribuției datelor. Valorile lui χ_0^2 sunt date în tabele. Pentru aplicarea relației (2.31) este indicat ca $f \geq 50$.

2.3. Evaluarea statistică a calității materialelor și acțiunilor în construcții

2.3.1. Caracteristicile fizico-mecanice ale materialelor

Caracteristicile fizico-mecanice ale materialelor de construcții se stabilesc în laboratoare, pe epruvete specifice fiecărui material, datele obținute fiind prelucrate pe baze statistice și oferite proiectării, execuției și verificării construcțiilor. Operațiile de prelucrare a datelor se referă la:

- stabilirea metodelor de selectare a datelor;
- alegerea tipului de repartiție statistică a datelor;
- evaluarea indicatorilor statistici de localizare și împrăștiere;
- definirea mărimilor caracteristice sau normate prin calculul fractililor respectivi;
- stabilirea criteriilor de calitate și control ale calității.

O imagine sugestivă și complexă privind evaluarea statistică a calității este oferită de N. Blaut [2.5] conform Figurii 2.8, în care se prezintă corelația dintre termenii specifici ai procesului de verificare și care au următoarele semnificații:

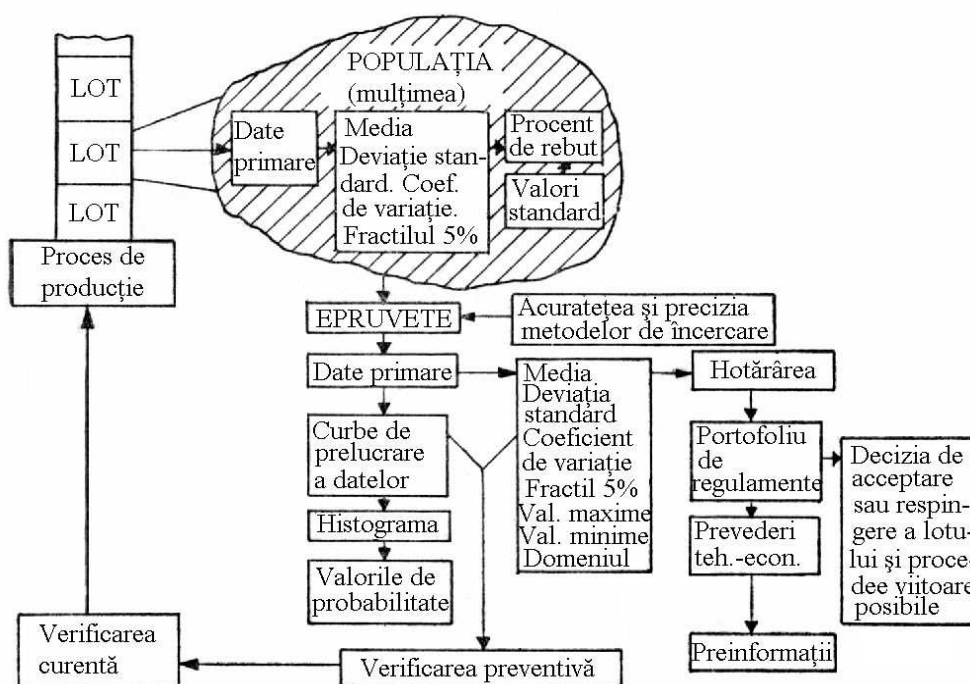


Figura 2.8. Evaluarea statistică a calității conform N. Blaut [2.5].

Lotul este definit ca fiind, spre exemplu, cantitatea de beton produsă în concordanță cu normele din țara respectivă și destinat unui anumit element al construcției, cum ar fi planșee, stâlpi, fundații; loturile indicate în figură produc, în mod simultan, betonul care urmează a fi supus încercărilor.

Populația (mulțimea) este întreaga cantitate a materialului sau materialelor verificate care poate fi înțeleasă ca un model imaginar de colectivitate statistică și care poate fi definit prin parametrii statistici ai întregii mulțimi, cum ar fi: media, abaterea medie pătratică, coeficientul de variație, fractili, etc.

Epruvetele pentru determinarea caracteristicilor fizico-mecanice sunt alese la întâmplare; fiecare element (cantitate) din populație are șansa de a fi luat ca epruvetă. În cazul unei producții continue, epruvetele vor fi luate la intervale egale, numărul minim fiind de 30 în cazul în care nu există nici un fel de informații asupra populației; când se cunoaște dinainte abaterea medie pătratică a populației, sunt suficiente și 10 epruvete pentru determinarea mediei necunoscute a populației.

Datele primare ale rezultatelor încercărilor reprezintă punctul de plecare pentru evaluarea statistică a calității, ele trebuind să fie corect evaluate și clar prezentate.

Prelucrarea statistică a datelor numerice referitoare la încercări se poate face prin metode analitice sau grafic. Deși metodele analitice se conduc prin utilizarea calculatorului, rezultatele fiind obținute foarte rapid, prin metoda grafică rezultă histograma și funcția de distribuție care reprezintă imagini intuitive pentru ingineri, și în plus, ajută la eliminarea erorilor de calcul. De asemenea, și reprezentările grafice se pot face pe calculator.

Hotărârea de acceptare sau respingere a materialelor și elementelor asupra cărora s-au făcut determinări, care au fost prelucrate statistic, se face pe baza standardelor, normativelor și instrucțiunilor în vigoare, cât și a prevederilor tehnico-economice care se impun.

Portofoliul de reglementări conține totalitatea normativelor, instrucțiunilor și standardelor pe baza cărora se face acceptarea sau respingerea loturilor de materiale, elemente sau lucrări. Spre exemplu, în țara noastră, se vor respecta prevederile cuprinse în "Normativul pentru executarea lucrărilor din beton și beton armat", indicativ C140-86 [2.6].

Prevederile tehnico-economice se referă la judecarea datelor statistice obținute în concordanță cu satisfacerea criteriilor economice cât și a celor de siguranță ale construcției.

Verificarea preventivă reprezintă una dintre căile sigure ale realizării calității construcțiilor. Astfel, dacă se dorește să se obțină rezistența la compresiune a betonului în limitele admise la proiectare, atunci la prepararea betonului raportul apă/ciment trebuie să fie controlat periodic, datele prelucrate statistic și luate măsuri ca acest raport să aibă abateri cât mai mici.

Definirea unora dintre mărimile caracteristice sau normate cât și tipurile de legi de distribuție vor fi prezentate, în cele ce urmează, pentru două materiale de construcții de bază: betonul și oțelul.

a) **Betonul** se împarte, în conformitate cu STAS 10107/0-90, în următoarele clase: Bc3,5; Bc5; Bc7,5; Bc10; Bc15; Bc20; Bc25; Bc30; Bc35; Bc40; Bc50 și Bc60.

Clasa betonului este definită ca rezistența minimă la compresiune, determinată la 28 zile pe cuburi cu latura de 141 mm și garantată statistic cu un risc de 5 %. În conformitate cu definiția coeficientului de variație C_v și relația (2.11b), clasa betonului, având semnificația unei rezistențe cubice R_b , se determină cu relația:

$$R_{bk} = \bar{R}_b - 1,645s = (1 - 1,645C_v)\bar{R}_b, [N/mm^2] \quad (2.32)$$

în care \bar{R}_b este rezistența medie la compresiune, în N/mm^2 (MPa), pe cuburi.

Marca betonului reprezintă rezistența medie la compresiune \bar{R}_b stabilită prin încercarea pe cuburi cu latura de 10, 14, 20 și 30 cm, la 28 zile.

Rezistența caracteristică la compresiune a betonului, R_{ck} , are semnificația unei rezistențe prismatice minime și se determină cu relația

$$R_{ck} = (0,87 - 0,0002R_{bk}) R_{bk}, [N/mm^2] \quad (2.33)$$

iar rezistența la întindere R_{tk} este:

$$R_{tk} = 0,22 (R_{ck})^{2/3}, [N/mm^2] \quad (2.34)$$

Rezistențele de calcul ale betonului, folosite în proiectare, se deduc din relațiile:

- la compresiune

$$R_c = m_{bc} \frac{R_{ck}}{\gamma_{bc}} \quad (2.35)$$

- la întindere

$$R_t = m_{bt} \frac{R_{tk}}{\gamma_{bt}} \quad (2.36)$$

în care: m_{bc} , m_{bt} sunt coeficienții condițiilor de lucru ai betonului la întindere și compresiune;

γ_{bc} , γ_{bt} sunt coeficienții de reducere ai rezistențelor la compresiune și întindere (pentru cazul când controlul calității se face conform prescripțiilor: $\gamma_{bc} = 1,35$ și $\gamma_{bt} = 1,50$). Valorile acestor coeficienți sunt date în standardul citat.

Pentru prelucrarea statistică a caracteristicilor fizico-mecanice ale betonului și mai cu seamă a rezistentelor se folosesc următoarele tipuri de distribuții [2.3]: distribuția normală (majoritatea țărilor și autorilor), distribuția Student (ACI - S.U.A.), distribuția lognormală (America de Nord și de Sud), distribuția Gamma (Rusia), etc.

O problemă controversată pe plan mondial este cea referitoare la stabilirea criteriilor de acceptare a rezistenței la compresiune a betonului funcție de numărul de epruvete încercate.

b) **Oțelul** este, spre deosebire de beton, un material de calitate superioară, cu un grad ridicat de omogenitate a tuturor caracteristicilor fizico-mecanice.

Rezistențele caracteristice ale oțelurilor R_{ak} se consideră ca fractili inferiori (valori minime) ale limitei de curgere reale R_{ac} sau convenționale $R_{0,2}$. Pentru definirea rezistențelor caracteristice, în majoritatea prescripțiilor naționale și internaționale, probabilitatea p se alege în intervalul 0,023 și 0,05. În consecință, pentru o repartiție normală, rezultă:

$$R_{ak} = (1 - 2C_v) R_{ac} \text{ pentru } p = 2,3 \% \quad (2.36a)$$

$$R_{ak} = (1 - 1,645C_v) R_{ac} \text{ pentru } p = 2,3 \% \quad (2.36b)$$

Coeficienții de variație C_v ai rezistenței de curgere a oțelului sunt:

$$C_v = 2,5 \dots 15 \% \quad (2.37)$$

iar pentru oțeluri-carbon obișnuite de bună calitate:

$$C_v = 7 \dots 10 \% \quad (2.37a)$$

Parantezele din relațiile (2.25) se numesc coeficienți de omogenitate ai limitei de curgere a oțelului; în limite foarte largi, acești coeficienți au valorile 0,7 ... 0,94, iar în mod obișnuit 0,8 ... 0,9.

Rezistențele de calcul ale oțelurilor R_a se calculează cu relații asemănătoare cu cele ale betonului

$$R_a = m_a R_{ak} / \gamma_a \quad (2.38)$$

în care: m_a este coeficientul condițiilor de lucru; γ_a este coeficientul de reducere al rezistențelor caracteristice.

Ca legi de distribuție pentru aprecierea rezistențelor oțelurilor se folosesc: distribuția normală (folosită de majoritatea cercetătorilor), distribuția lognormală, distribuția Gumbel pentru maxime, distribuția Beta, etc.

2.3.2. Definirea acțiunilor climatice și permanente

Exprimarea probabilistică a acțiunilor în construcții este pe larg redată în lucrarea "Metode probabilistice în calculul construcțiilor" [2.3].

2.3.2.1. Exprimarea încărcărilor climatice și seismice pe baza perioadei medii de revenire a încărcării

Intensitatea încărcărilor din vânt, zăpadă sau variații de temperatură depinde direct proporțional de intensitatea parametrilor meteorologici corepunzători: presiunea vântului, înălțimea zăpezii depuse pe sol și temperatura aerului exterior.

Pentru oricare din aceste încărcări se poate accepta simplificat o relație liniară între încărcarea aleatoare X și parametrul meteorologic corespunzător aleator M

$$X = cM \quad (2.39)$$

unde c este o mărime deterministă care înglobează simultan diferite proprietăți ale încărcării și ale construcției pe care se aplică încărcarea.

Definirea parametrilor meteorologici din relația (2.39), respectiv a vitezei vântului sau a înălțimii zăpezii, se bazează pe concepte probabiliste. Ca urmare, în virtutea formei liniare a relației (2.39), probabilitatea de nedepășire a presiunii vântului sau înălțimii zăpezii este în același timp probabilitatea de nedepășire a încărcării din vânt sau zăpadă.

Criteriul actual pentru definirea probabilistică a încărcărilor din vânt și zăpadă în standarde este mărimea perioadei medii de revenire \bar{T} , în ani, a valorilor maxime anuale ale vitezei vântului sau înălțimii zăpezii depuse pe sol.

Maximele anuale ale vitezei vântului și înălțimii zăpezii având diferite perioade de revenire sunt denumite de obicei în prescripțiile pentru calculul structurilor valori normate sau valori caracteristice.

Se reamintește că în funcție de media \bar{x} și abaterea standard s sau coeficientul de variație C_v ale seriei statistice de maxime anuale studiată, valorile normate sau caracteristice având perioade medii de revenire conform standardelor se calculează cu relația (2.27b)

$$x_{\bar{T}} = \bar{x} + \left(\frac{-\ln \ln \frac{1}{1 - 1/\bar{T}}}{1,282} - 0,45 \right) s$$

Valorile calculate astfel au probabilitățile de a exista valori mai mari decât ele într-un an, calculate cu relația

$$P_{1an}(x > x_{\bar{T}}) = \frac{1}{\bar{T}} \quad (2.40)$$

și probabilități de a exista valori mai mari decât ele în N ani, reprezentând durata de existență a construcției, calculate cu relația:

$$P_{Nani}(x > x_{\bar{T}}) = 1 - \left(1 - \frac{1}{\bar{T}} \right)^N \quad (2.41)$$

Intensitatea acțiunilor seismice este în prezent mai rar exprimată în standarde folosind conceptul de perioadă medie de revenire. Totuși, propuneri de hărți de zonare seismică având intensitatea seismică definită cu diverse perioade medii de revenire au fost deja elaborate în S.U.A. și Canada.

Conceptul probabilistic este utilizat curent în proiectarea antiseismică a unor construcții speciale ca de exemplu centralele nucleare-electrice.

2.3.2.2. Încărcări permanente

Încărcările permanente provin din greutatea elementelor structurale și nestructurale, precum și alte greutăți ale echipamentelor, utilajelor, etc., a căror durată de exploatare este comparabilă cu cea a construcției.

Evaluarea încărcărilor permanente se face uzual simplu, însumând produsele dintre greutățile specifice și volumele diferitelor materiale sau elemente de construcție. Ca urmare, apare firească aprecierea că încărcările permanente se evaluează cu un grad ridicat de exactitate.

În fapt, evaluarea încărcărilor permanente presupune incertitudini mai mici decât evaluarea altor categorii de încărcări dar asemenea incertitudini, de natură deterministă sau probabilistă, există întotdeauna în aprecierea încărcărilor permanente.

Incertitudinile deterministe provin de exemplu din: a) modificări ale funcțiilor și arhitecturii construcției, ulterioare elaborării proiectului de rezistență; b) posibilități aproximative de evaluare a volumelor de la intersecția elementelor constructive; c) simplificări în calculul încărcărilor care decurg din conceptul de arie aferentă; etc.

Asemenea incertitudini conduc la diferențe între încărcările reale și cele calculate de până la $\pm 30\%$ și curent $\pm 10\%$.

Modelarea probabilistă consideră încărcarea permanentă o variabilă aleatoare P descrisă prin media \bar{x}_P și abaterea standard s_P sau coeficientul de variație C_{VP} și prin densitatea de repartiție $f(x)$.

Calculând încărcarea permanentă P ca produsul dintre greutatea specifică γ și volumul v

$$P = \gamma v \quad (2.42)$$

media și coeficientul de variație ale încărcării se pot exprima în funcție de media și coeficientul de variație ale greutății specifice \bar{x}_γ și $C_{V\gamma}$ și respectiv media și coeficientul de variație ale volumului \bar{x}_v și C_{Vv} :

$$\bar{x}_P = \bar{x}_\gamma \bar{x}_v,$$

$$C_{VP} = \sqrt{C_{V\gamma}^2 + C_{Vv}^2} \quad (2.43)$$

În baza acestei modelări, studiile statistice privind încărcările permanente au fost orientate spre determinarea indicatorilor de localizare (media) și împrăștiere (coeficientul de variație) a greutăților specifice a diferitelor materiale și a dimensiunilor unor elemente structurale specifice.

Din diferite studii statistice efectuate pentru încărcări permanente au rezultat următoarele estimări și aprecieri.

Coeficienții de variație ai greutateilor specifice pot fi evaluați astfel:

- metale	neglijabili;
- betoane, mortare	0,03;
- cărămidă, piatră	0,07;
- materiale ce pot absorbi umiditate	0,10.

Coeficienții de variație ai dimensiunilor elementelor de construcții scad cu creșterea dimensiunilor; ei sunt de asemenea mai mici pentru elementele prefabricate decât pentru cele monolite.

Pentru grosimile elementelor de construcții, coeficienții de variație se pot considera în următoarele intervale de valori:

- elemente executate monolit	0,03 - 0,07;
- elemente prefabricate	0,01 - 0,04.

Se subliniază încă o dată că valorile mici, comparativ cu alte încărcări, ale coeficienților de variație ai încărcărilor permanente descrise anterior nu trebuie să conducă imediat la concluzia că evaluarea acestor încărcări implică neapărat incertitudini mici deoarece:

- aproximativ jumătate din încărcarea permanentă totală în clădiri provine din greutatea elementelor nestructurale, a căror coeficienți de variație pot avea valori mai mari (0,1 ... 0,4);

- în afara incertitudinilor probabiliste, evaluarea încărcărilor permanente implică și incertitudini deterministe provenind din posibilele modificări ale funcțiilor construcțiilor, simplificări în calculul încărcărilor, etc.

2.4. Evaluarea statistică a siguranței structurilor

2.4.1. Definierea condiției de siguranță

2.4.1.1. Probabilitatea de cedare

Metodele bazate pe principiul de calcul probabilistic sau semi probabilistic, așa cum este metoda de calcul la stări limită, verifică capacitatea portantă a elementelor pe baza unor relații de tipul

$$M^a \leq M^r \quad (2.44)$$

în care M^a este momentul încovoietor produs de acțiunile exterioare în secțiunea care se verifică sau o altă mărime care exprimă efectul acțiunilor; M^r este momentul încovoietor al eforturilor interioare al secțiunii considerate sau rezistența secțiunii. În mod obișnuit relațiile de mai sus se scriu și pentru alte tipuri de eforturi și pentru toate stările limită. Pentru materiale cum este oțelul se compară eforturile unitare produse de acțiunile exterioare σ_a cu eforturile unitare σ_r^c ale elementului în secțiunea critică. În toate aceste situații, atât eforturile secționale și cele unitare, cât și cele produse de acțiuni sau cele ce caracterizează rezistența materialului sunt mărimi aleatorii, care se vor nota x^a și respectiv x^r . Aceste mărimi se caracterizează prin densitățile de repartiție $f(x^a)$, $f(x^r)$, funcțiile de repartiție $F(x^a)$, $F(x^r)$ și indicatori statistici de localizare și împrăștiere: \bar{x}^a , \bar{x}^r , s^a , s^r , C_v^a , C_v^r , etc.

În Figura 2.9 s-au prezentat densitățile de repartiție $f(x^a)$ și $f(x^r)$, constatându-se că se respectă condiția (2.28) pentru majoritatea valorilor variabilei aleatoare x ; probabilitatea comportării sigure este:

$$P_s = P(x^a \leq x^r) \quad (2.45)$$

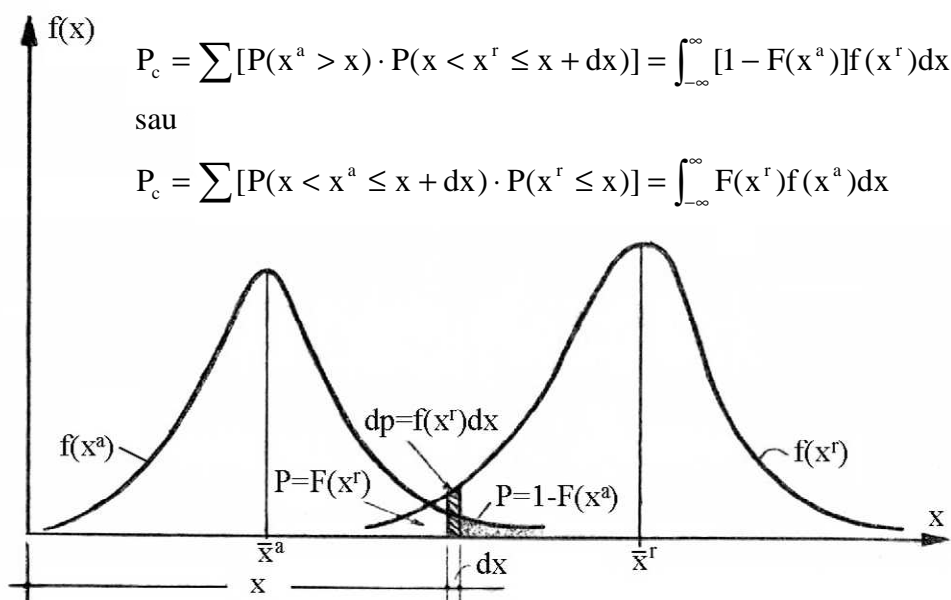


Figura 2.9. Definierea probabilității de cedare.

Probabilitatea ca elementul studiat să cedeze, notată P_c , este definită ca fiind probabilitatea ca valoarea x^a a variabilei să fie mai mare decât capacitatea portantă (de exemplu rezistența) x^r a aceleiași variabile; ea este definită ca suma produselor probabilităților (vezi Figura 2.9 și relația 2.16) [2.7].

$$P_c = P(x^a > x^r) = \int_0^{\infty} [1 - F(x^a)]f(x^r)dx = 1 - \int_0^{\infty} F(x^a)f(x^r)dx \quad (2.46)$$

sau

$$P_c = P(x^a > x^r) = \int_0^{\infty} F(x^r)f(x^a)dx \quad (2.46a)$$

cu observația că integrarea s-a făcut de la 0 la ∞ , întrucât variabila x este lipsită de sens fizic în domeniul valorilor negative.

Între probabilitatea de pierdere a capacității portante P_c și probabilitatea comportării sigure P_s există relația cunoscută:

$$P_c + P_s = 1 \quad (2.47)$$

Din expresiile (2.46) și (2.47) rezultă, evident

$$P_s = 1 - \int_0^{\infty} F(x^r)f(x^a)dx = \int_0^{\infty} F(x^a)f(x^r)dx \quad (2.47a)$$

2.4.1.2. Coeficienții de siguranță

Se definesc următoarele tipuri de coeficienți de siguranță, utilizați în practica proiectării elementelor și structurilor:

- Coeficientul central de siguranță C_0 reprezintă raportul dintre valoarea centrală a capacității portante (rezistenței) și valoarea centrală corespunzătoare acțiunii; luând în considerare mediile aritmetice, rezultă (vezi Figura 2.9)

$$C_0 = \frac{\bar{X}^{-r}}{\bar{X}^{-a}} \quad (2.48)$$

- Coeficientul de siguranță caracteristic C_p este definit ca raportul dintre un anumit fractil al capacității portante și un fractil corespunzător al acțiunii:

$$C_p = \frac{\bar{X}^{-r} - Ks^r}{\bar{X}^{-a} + Ks^a} = C_0 \frac{1 - KC_v^r}{1 + KC_v^a} \quad (2.49)$$

Pentru o probabilitate de 5 %, în repartiție normală, rezultă:

$$C_p = \frac{\bar{X}^{-r} - 1,645s^r}{\bar{X}^{-a} + 1,645s^a} \quad (2.49a)$$

Coeficientul de siguranță caracteristic poate fi definit și pentru alți fractili. Semnificativ în acest sens este și coeficientul de siguranță de calcul definit ca raportul dintre fractilul inferior de 5 % al capacității portante și fractilul superior de 95 % (5 %) al acțiunii.

Corelația dintre coeficienții de siguranță și probabilitățile de cedare a fost analizată de Borges și Castanheta [2.7]. Această corelație este funcție de distribuțiile acțiunilor și ale rezistențelor cât și funcție de coeficienții de variație.

Corelația dintre coeficientul central de siguranță C_0 , respectiv coeficientul de siguranță caracteristic C_p , și probabilitatea de cedare P_c a fost studiată pentru următoarele combinații ale distribuțiilor:

a) rezistență cu distribuție normală și acțiune (încărcare) cu distribuție, de asemenea normală; b) rezistența cu distribuție normală, iar acțiunea cu distribuție Gumbel pentru maxime; c) rezistența cu distribuție normală, iar acțiunea cu distribuție Fréchet pentru maxime; d) rezistența cu distribuție Gumbel pentru maxime, iar acțiunea cu distribuție normală; e) rezistența și acțiunea cu distribuții Gumbel pentru maxime; f) rezistența cu distribuție Gumbel pentru maxime, iar acțiunea cu distribuție Fréchet pentru maxime.

Din studiile celor doi autori se desprind următoarele concluzii:

- Probabilitatea de cedare are variații importante în funcție de tipul de distribuție și de valorile coeficienților de variație. Variația mare a probabilității de cedare se datorește faptului că ea este definită într-o zonă în care evenimentele sunt rare (zonele de margine ale distribuțiilor frecvențelor, vezi Figura 2.9).

- Coeficientul central de siguranță corespunzător unei probabilități de cedare date este sensibil influențat de coeficienții de variație. Tipul de distribuție a rezistențelor și a acțiunilor influențează puțin coeficientul central de siguranță, în schimb prin creșterea coeficienților de variație ai rezistențelor și acțiunilor sporește sensibil valoarea coeficientului central de siguranță.

- Coeficientul de siguranță caracteristic C_p variază în limite mult mai strânse față de coeficientul de siguranță C_0 .

- Coeficientul de variație al rezistenței C_v^r influențează mai pregnant valorile coeficienților de siguranță și mai cu seamă a lui C_p , în comparație cu coeficientul de variație al acțiunii C_v^a .

2.4.2. Aplicarea condiției de siguranță la studiul structurilor

2.4.2.1. Analiza siguranței pe moment de ordinul doi

Modelele moment de ordinul doi redau analiza siguranței la solicitări complexe ale elementelor, secțiunilor și materialelor structurale prin momentele centrale ale variabilelor (medii, abateri standard, coeficienți de variație). Tratatrea extensivă a problemei poate fi întâlnită în cartea "Metode probabilistice în calculul construcțiilor" [2.3], în continuare fiind prezentate câteva aspecte de principiu.

La proiectarea, în stadiul elastic, a unei construcții metalice, condiția de verificare într-o fibră a unei secțiuni caracteristice este:

$$\sigma^a = \sigma_c \quad (2.50)$$

ecuație care reprezintă granița dintre o comportare sigură și una de depășire a capacității de rezistență. Dacă efortul unitar provenind din acțiuni σ^a se notează cu variabila aleatoare x^a , iar efortul unitar de curgere σ_c cu x^r , atunci relația (2.50) devine:

$$x^a = x^r \quad (2.50a)$$

care se mai poate scrie sub una din formele:

$$E = x^a - x^r = 0; \quad E = \frac{x^a}{x^r} - 1 = 0; \quad E = \ln \frac{x^a}{x^r} = 0 \quad (2.51; 2.52; 2.53)$$

Un alt exemplu este cel referitor la compresiune excentrică (fără flambaj), unde condiția de verificare este:

$$\frac{N}{A} \pm \frac{M}{W} = \sigma_c \quad (2.54)$$

sau:

$$\frac{N}{A\sigma_c} \pm \frac{M}{W\sigma_c} - 1 = 0 \quad (2.54a)$$

Dacă se fac notațiile: $x_1^a = N$; $x_2^a = M$; $x_1^r = A\sigma_c$; $x_2^r = W\sigma_c$. relația (2.54) devine:

$$E = \frac{x_1^a}{x_1^r} \pm \frac{x_2^a}{x_2^r} - 1 = 0 \quad (2.55)$$

Relații asemănătoare se pot scrie și pentru alte condiții de verificare în stadiul elastic sau cel plastic, forma generală a funcției care exprimă limita aleatoare dintre domeniile comportării sigure D_s și de pierdere a capacității portante D_c fiind

$$E(x_1^a, x_2^a, \dots, x_k^a, \dots; x_1^r, x_2^r, \dots, x_k^r, \dots) = 0 \quad (2.56)$$

Relația (2.56) este reprezentată în Figura 2.10, spațiul E definind două regiuni distincte: $E \leq 0$ corespunde domeniului comportării sigure D_s și $E > 0$ reprezentând domeniul de pierdere a capacității portante D_c . Axele de coordonate $x_1 \dots x_n$ reprezintă variabilele aleatoare independente ale problemei: diferitele acțiuni în construcții x^a ; proprietățile mecanice ale materialelor structurale x^r ; anumite elemente geometrice, etc.

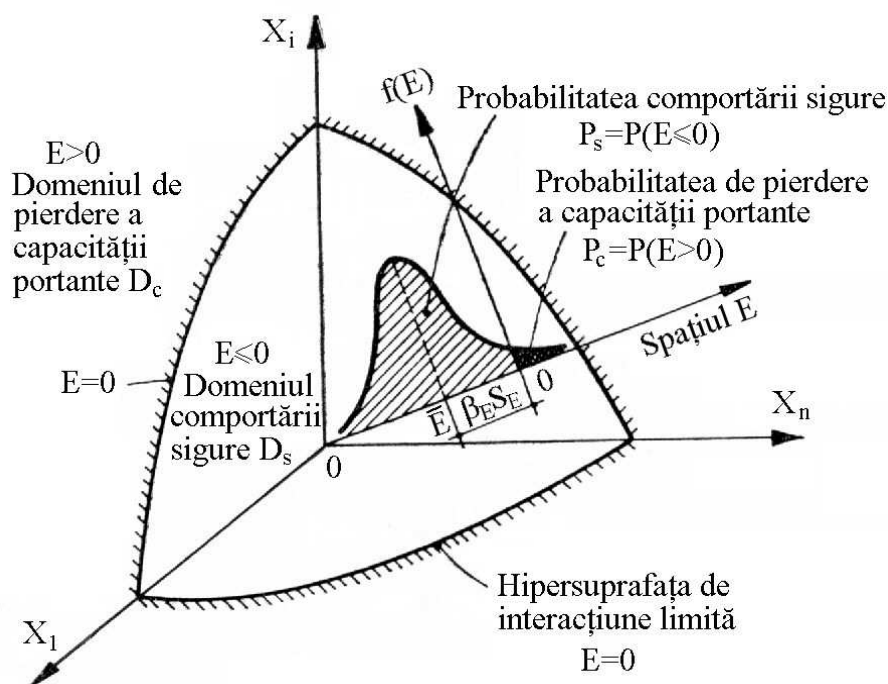


Figura 2.10. Modelul general moment de ordinul doi pentru analiza siguranței la solicitări compuse [2.3].

Dacă media funcției de siguranță $E = 0$ se notează \bar{E} , abaterea standard cu s_E și coeficientul de variație C_{VE} , se definește ca indicator de fiabilitate (fiabilitate) inversul coeficientului de variație al funcției E , luat cu semn schimbat, adică

$$\beta_E = -\frac{1}{C_{VE}} = -\frac{\bar{E}}{s_E} \quad (2.57)$$

sau sub o altă formă (vezi Figura 2.10):

$$\bar{E} + \beta_E s_E = 0 \quad (2.58)$$

Pentru densitatea de repartiție $f(\mathbf{E})$ a variabilei \mathbf{E} , probabilitatea de pierdere a capacității portante este (vezi Figura 2.10 și relația 2.46):

$$P_c = P(\mathbf{E} > 0) = \int_0^{\infty} f(\mathbf{E}) d\mathbf{E} \quad (2.59)$$

Luând în considerare funcția de repartiție $f(\mathbf{E})$ a variabilei \mathbf{E} , probabilitatea de pierdere a capacității portante rezultă:

$$P_c = |F(\mathbf{E})|_0^{\infty} = 1 - F(\mathbf{E} = 0) = 1 - F(0) \quad (2.60)$$

Explicitarea probabilității de pierdere a capacității portante și legătura acesteia cu indicatorul de reliabilitate se poate face prin alegerea tipului de repartiție pentru funcția \mathbf{E} .

Dacă funcția \mathbf{E} este repartizată normal (Gauss):

$$P_c = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_u^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (2.61)$$

în care, în general:

$$u = \frac{\mathbf{E} - \bar{\mathbf{E}}}{s_{\mathbf{E}}} = -\frac{\bar{\mathbf{E}}}{s_{\mathbf{E}}} = \beta_{\mathbf{E}} \quad (2.62)$$

iar dacă funcția \mathbf{E} este repartizată Gumbel pentru maxime:

$$P_c = 1 - e^{-e^{-\frac{\beta_{\mathbf{E}} + 0,45}{0,78}}} \quad (2.63)$$

rezultă:

$$\beta_{\mathbf{E}} = \left(-0,78 \ln \ln \frac{1}{1 - P_c} \right) - 0,45 \quad (2.64)$$

Probabilitatea de pierdere a capacității portante P_c este diferențiată funcție de importanța construcției, astfel:

- Construcții de importanță excepțională $P_c = 10^{-8} \dots 10^{-10}$;
- Construcții de importanță deosebită $P_c = 10^{-6} \dots 10^{-8}$;
- Construcții de importanță medie $P_c = 10^{-4} \dots 10^{-6}$;
- Construcții de importanță secundară $P_c = 10^{-3} \dots 10^{-4}$;
- Construcții neimportante $P_c = 10^{-2} \dots 10^{-3}$.

Legătura dintre coeficientul central de siguranță, indicatorul de reliabilitate și coeficienții de variație, pentru solicitări simple (produse de o singură încărcare), se poate stabili considerând ca variabile aleatoare independente, de aceeași natură, capacitatea portantă (rezistența) \mathbf{x}^r și acțiunea (încărcarea) \mathbf{x}^a . Dacă \bar{x}^r și \bar{x}^a sunt mediile variabilelor aleatoare, C_v^r și C_v^a coeficienții de variație și s^r și s^a abaterile standard atunci se scriu (vezi relațiile 2.51 și 2.57)

$$\bar{\mathbf{E}} = \bar{x}^a - \bar{x}^r \quad (2.65)$$

$$s_E^2 = (s^a)^2 + (s^r)^2; \quad s_E = \sqrt{(s^a)^2 + (s^r)^2} \quad (2.66)$$

Indicatorul de reliabilitate, definit prin relația (2.57) se poate scrie, după Modelul Rajanitin-Cornell, în funcție de coeficientul central de siguranță (vezi relația 2.48) rezultând:

$$\beta_E = -\frac{\bar{E}}{s_E} = \frac{C_0 - 1}{\sqrt{(C_0 C_v^r)^2 + (C_v^a)^2}} \quad (2.67)$$

Invers, coeficientul central de siguranță în funcție de indicatorul de reliabilitate și de coeficienții de variație ai variabilelor este:

$$C_0 = \frac{1 + \beta_E \sqrt{(C_v^r)^2 + (C_v^a)^2} - (\beta_E C_v^r C_v^a)^2}{1 - (\beta_E C_v^r)^2} \cong \frac{1 + \beta_E \sqrt{(C_v^r)^2 + (C_v^a)^2}}{1 - (\beta_E C_v^r)^2} \quad (2.68)$$

Relații asemănătoare între cei patru parametri se pot stabili și pentru celelalte exprimări ale funcției \mathbf{E} (vezi relațiile 2.52 și 2.53). Se apreciază faptul că funcția $\mathbf{E} = \mathbf{x}^a - \mathbf{x}^r$ are o repartiție normală dacă variabilele aleatoare \mathbf{x}^a și \mathbf{x}^r se repartizează normal.

Dacă solicitările provin din mai multe acțiuni, aplicate simultan asupra structurii și având natura fizică distinctă (greutate proprie, încărcarea utilă, etc.), atunci efectele acestora se obțin prin însumare algebrică:

$$\mathbf{x}^a = \mathbf{x}_1^a + \mathbf{x}_2^a + \dots + \mathbf{x}_i^a + \dots \quad (2.69)$$

Momentele centrale ale variabilei aleatoare "acțiune" sunt:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}}^a &= \bar{\mathbf{X}}_1^a + \bar{\mathbf{X}}_2^a + \dots + \bar{\mathbf{X}}_i^a + \dots \\ C_v^a &= \frac{s^a}{\bar{\mathbf{X}}^a} = \frac{\sqrt{(s_1^a)^2 + (s_2^a)^2 + \dots + (s_i^a)^2 + \dots}}{\bar{\mathbf{X}}_1^a + \bar{\mathbf{X}}_2^a + \dots + \bar{\mathbf{X}}_i^a + \dots} \\ &= \frac{\sqrt{(\bar{\mathbf{X}}_1^a \cdot C_{v1}^a)^2 + (\bar{\mathbf{X}}_2^a \cdot C_{v2}^a)^2 + \dots + (\bar{\mathbf{X}}_i^a \cdot C_{vi}^a)^2 + \dots}}{\bar{\mathbf{X}}_1^a + \bar{\mathbf{X}}_2^a + \dots + \bar{\mathbf{X}}_i^a + \dots} \end{aligned} \quad (2.71)$$

Când una sau mai multe dintre acțiuni se aplică pe structură de mai multe ori, (de N_i ori), în decursul existenței acesteia, atunci media $\bar{\mathbf{X}}_i^a$ și coeficientul de variație C_{vi}^a , introduse în relațiile de mai sus pentru cazul că acțiunea se aplică o singură dată, se vor înlocui cu valorile rezultate din distribuția Gumbel pentru maxime:

$$\bar{\mathbf{X}}_{1,N}^a = \bar{\mathbf{X}}_i^a [1 + 0,78(\ln N_i) C_{v1}^a] \quad (2.72)$$

și

$$C_{vi,N}^a = \frac{C_{vi}^a}{\left[1 + 0,78(\ln N_i)C_{vi}^a\right]} \quad (2.73)$$

cu precizarea că în calculul coeficientului de variație al întregii acțiuni cu relația (2.71) pentru acțiunea i se introduc valorile (2.72) și (2.73); în produsul $x_i^a C_{vi}^a$ paranteza se simplifică.

Cu aceste valori ale variabilei aleatoare, ce definesc acțiunile care se aplică asupra structurii, se pot calcula coeficientul central de siguranță și indicatorul de reliabilitate, definiți de relațiile (2.67) și (2.68).

2.4.2.2. Procedee pentru studiul siguranței structurilor

Abordarea studiului unei structuri, prin asocierea de elemente de către Borges și Castanheta [2.7], conduce la posibilitatea stabilirii probabilității de cedare a unei structuri. Asocierile de elemente propuse sunt:

$$\text{Structura} \begin{cases} 1. \text{ Asociere in serie} - \text{ Asociere fragila} \\ 2. \text{ Asociere in paralel} - \begin{cases} \text{ Asociere ductila} \\ \text{ Asociere fibroasa.} \end{cases} \end{cases}$$

Asocierea fragilă presupune că structura este formată din n elemente egale asociate în serie, forța de rupere a structurii fiind cea mai mică dintre forțele de rupere ale elementelor. Dacă probabilitatea de cedare a unui element este definită prin funcția de repartiție $F(x^r)$, atunci probabilitatea comportării sigure, adică ca să nu cedeze este definită de $1 - F(x^r)$. Riscul de cedare R_c este definit ca fiind negativul logaritmului probabilității de supraviețuire și anume:

$$R_c = -\ln[1 - F(x^r)] \quad (2.74)$$

Dacă probabilitățile de cedare ale elementelor sunt independente, atunci probabilitatea ca nici un element să nu cedeze este definită de:

$$F_s = [1 - F(x^r)]^n \quad (2.75)$$

iar probabilitatea de cedare a structurii rezultă din:

$$F = 1 - [1 - F(x^r)]^n \quad (2.76)$$

Asocierea ductilă presupune, de asemenea, că structura se compune din n elemente egale, la care forța de rupere a structurii este suma forțelor de rupere ale elementelor componente, cu condiția unei comportări perfect plastice. Spre deosebire de această asociere, asocierea fibroasă sau tip snop admite că un element cedează, iar forța aplicată se redistribuie elementelor rămase.

Pentru cazul asocierii ductile se presupune că variabila aleatoare este intensitatea forței aplicate, care pentru un element are media \bar{x} , iar pentru întreaga structură este forța \bar{X} , care reprezintă suma forțelor de cedare ale elementelor componente. Cum s-a admis că toate elementele sunt egale, rezultă că media unei sume este suma valorilor medii, iar dispersia unei sume este suma dispersiilor termenilor ei și deci:

$$\bar{X} = n\bar{x} \quad (2.77)$$

$$s^2(X) = ns^2(x); \quad s(X) = \sqrt{ns(x)} \quad (2.78)$$

Dacă probabilitatea de cedare este definită de funcția de repartiție $F(x^r)$, atunci probabilitatea de cedare a structurii corespunde funcției de repartiție a unei sume de n cazuri.

Corpurile reale au, în general, o comportare intermediară între comportarea fragilă ideală și cea ductilă ideală. În practica inginerescă a proiectării este obișnuit ca o structură să se împartă în elemente componente, verificându-se ca fiecare din aceste elemente să satisfacă condițiile de siguranță. Acest procedeu presupune două etape: calculul eforturilor secționale datorită acțiunilor (calculul structurii) și dimensionarea elementelor componente (calculul elementului). Prin acest procedeu, verificarea siguranței pentru întreaga structură se divide într-o mulțime de verificări parțiale, care trebuie astfel alese încât siguranța întregii structuri să fie corespunzător asigurată. Coeficienții de siguranță determinați în funcție de eforturile secționale sunt afectați de următoarele influențe [2.7]:

- Influențe provenite din eforturi: devieri ale eforturilor de la valorile caracteristice; devieri datorită impreciziei teoriilor referitoare la acțiuni (încărcări); devieri datorită impreciziei teoriilor comportării structurilor; variații datorită combinării diferitelor tipuri de acțiuni.

- Influențe provenind din comportarea elementelor: devieri ale rezistențelor de la valorile caracteristice; devieri datorită impreciziei teoriilor referitoare la comportarea elementelor; devieri datorită variațiilor dimensiunilor; devieri datorită unei execuții imperfecte; devieri datorită coroziunii sau a altor deteriorări afectând dimensiunile și/sau proprietățile mecanice.

Transformarea acțiunilor în eforturi se caracterizează prin trei relații de transformare: transformare liniară, transformare neliniară și transformare statistică.

Transformarea liniară este specifică calculului în domeniul elastic, cel folosit astăzi uzual pentru calculul structurilor, și presupune relații de tipul:

$$\{\sigma\} = [D][B][K]^{-1}\{F\} \quad (2.79)$$

în care: $\{F\}$ este matricea vector a acțiunilor (forțele din noduri provenind din încărcări) și are caracter aleator;

$[K]^{-1}$ este inversa matricei de rigiditate a structurii cu termeni ca modulul de elasticitate E , momente de inerție I și dimensiuni geometrice l , A , toți presupuși aleatori;

$[D]$ este matricea de elasticitate care se presupune cu termeni nealeatori ca E , G , ν ce caracterizează proprietățile elastice;

$[B]$ este matricea definită de coordonatele nodurilor elementelor componente, de asemenea cu caracter nealeator;

$\{\sigma\}$ este matricea eforturilor unitare care rezultă cu caracter aleator.

O problemă mai dificilă este aceea când între acțiuni și eforturile deduse există, pentru structurile static nedeterminate, o relație neliniară și aleatoare. Caracterul aleator al relației dintre acțiuni și eforturi modifică fractili acțiunilor, când acestea se transformă în eforturi, ceea ce face să crească abaterea standard a distribuției. Cum verificarea siguranței trebuie să dea același rezultat, fie că ea este făcută în funcție de acțiuni fie că se face în funcție de eforturi, rezultă coeficienți de siguranță de calcul diferiți; diferența dintre coeficienții de siguranță este compensată prin variația formei distribuției.

În cazul transformării neliniare, exprimarea acțiunilor în funcție de eforturi calculate elastic se poate face și prin reducerea acestora prin factorul de ductilitate [2.7].

Transformarea statistică a acțiunilor în eforturi poate rămâne liniară chiar și în cazul relațiilor aleatorii. Acest lucru se poate face prin considerarea fiecărui element din matricele $[K]$, $[D]$ și $[B]$ cu câte o funcție de distribuție; caracterul aleatoriu al acțiunii (matricea $\{F\}$) predomină față de caracterul aleatoriu al comportării structurii.

2.5. Abordarea probabilistică a coroziunii armăturilor din beton

2.5.1. Model teoretic

Necesitatea abordării probabilistice a coroziunii armăturilor din beton apare datorită proprietăților aleatoare ale fenomenului, adică iregularitatea observată sau măsurată a producerii sale. Aceasta cauză, cât și lipsa de cunoștințe și cercetări în domeniu, face imposibilă abordarea complet deterministă a procesului de coroziune a armăturilor.

Pentru evaluarea durabilității structurilor de beton armat se poate folosi metoda probabilistă bazată pe analiza siguranței pe modelul moment de ordinul doi prezentată în paragraful 2.4.2.1. Conform acestui model se introduce **indicatorul de reliabilitate** β_E în relație cu **coeficientul central de siguranță** C_0 , **coeficientul de variație al capacității portante (rezistența)** C_v^r și **coeficientul de variație al acțiunii (încărcarea)** C_v^a :

$$\beta_E = \frac{C_0 - 1}{\sqrt{(C_0 C_v^r)^2 + (C_v^a)^2}} \quad (2.67)$$

Pentru o distribuție normală (Gauss) legătura dintre β_E și **probabilitatea de cedare** P_c este dată de relația (paragraful 2.4.2.1):

$$P_c = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\beta_E}^{\infty} e^{-\frac{\beta_E^2}{2}} d\beta_E \quad (2.61a)$$

Coeficientul de siguranță caracteristic C_p este definit astfel (paragraful 2.4.1.2):

$$C_p = C_0 \frac{1 - KC_v^r}{1 + KC_v^a} \quad (2.49)$$

în care K este în funcție de probabilitatea p ($K = 1,645$ pentru $p = 5\%$).

Pentru evaluarea probabilistică a coroziunii armăturilor, prof. C. Bob [2.8] definește coeficientul central de siguranță C_0 astfel:

$$C_0^f = \frac{m_r}{m_a} \text{ pentru durata procesului de coroziune} \quad (2.80)$$

și

$$C_0^c = \frac{\bar{x}_r}{\bar{x}_a} \text{ pentru perioada de inițiere a coroziunii} \quad (2.81)$$

în care: \bar{x}_r este grosimea medie a stratului de acoperire cu beton a armăturilor;

\bar{x}_a este adâncimea medie de carbonatare sau penetrare a ionilor de clor (Tabelul 1.1);

$m_r = 0,146 \phi$ este adâncimea de coroziune a barelor de armătură, jumătate din secțiunea inițială a barelor rămânând necorodată (ϕ - diametrul barei);

$m_a = v_c t_c$ este adâncimea de degradare datorată procesului de coroziune cu viteza de coroziune v_c (Tabelul 1.1) pe durata $t_c = t - t_i$, în care t este vârsta construcției și t_i este durata de carbonatare sau pătrundere a ionilor de clor pentru $C_0^c = 1$.

Corelația probabilistică între adâncimea de carbonatare / penetrare a ionilor de clor sau procesul de coroziune și durata t este prezentată în Figura 2.11. În Figura 2.12 este prezentată variația coeficienților de siguranță C_0^c și C_0^f funcție de durata t .

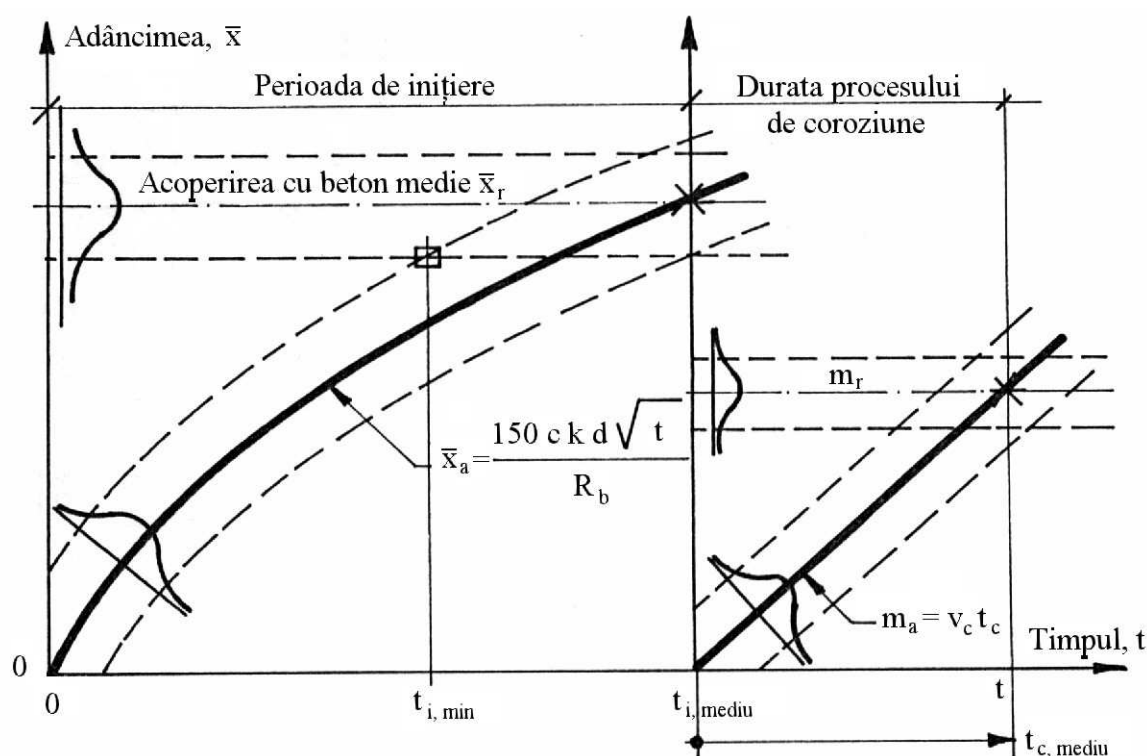


Figura 2.11. Model probabilistic al coroziunii armăturilor

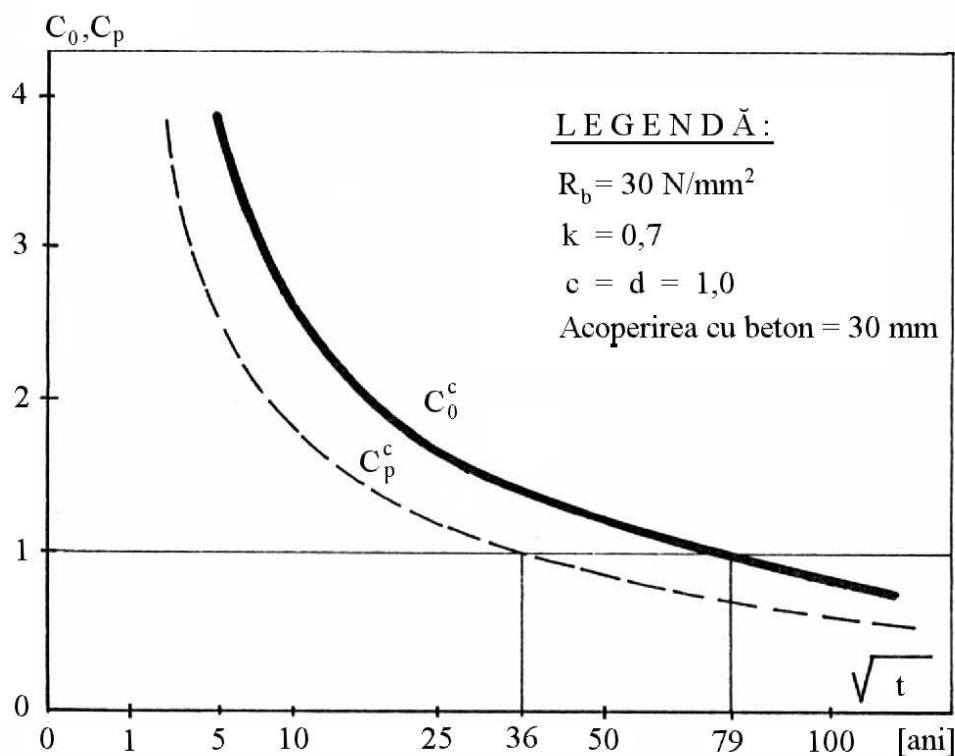


Figura 2.12. Variația coeficienților de siguranță C_0^c și C_p^c funcție de durata t .

2.5.2. Analiza experimentală a durabilității unor stâlpi LEA din beton armat

Studiile și determinările experimentale efectuate asupra unor stâlpi LEA din beton armat și beton precomprimat, executați prin vibrare și plantați pentru exploatare în diverse perioade, au avut drept obiectiv precizarea influenței diferiților factori asupra durabilității acestor elemente. Principalul motiv al efectuării acestor cercetări a reprezentat constatarea degradării și chiar ruperea, la diverse vârste și în diferite zone, a mai multor stâlpi LEA din categoria analizată. Determinările experimentale și studiile teoretice detaliate au constituit obiectul unui contract de expertiză tehnică [2.10].

S-au efectuat determinări in-situ pe mai mulți stâlpi LEA din județele Timiș și Caraș-Severin. Prelucrarea datelor experimentale, interpretarea lor probabilistică și concluziile desprinse au la bază cercetări prezentate anterior, atât în ceea ce privește durabilitatea elementelor și structurilor de beton, prezentate anterior (Capitolul 1 și 2), cât și studii și determinări experimentale asupra stâlpilor LEA [2.2], [2.9], [2.11]. De asemenea, s-au avut în vedere studiile în domeniu efectuate în diferite țări [1.6], [1.17], [2.12].

Având în vedere implicațiile de natură economică și socială ale cercetărilor pe stâlpii LEA din beton armat și beton precomprimat se apreciază că astfel de studii și determinări experimentale sunt necesare și în viitor în vederea stabilirii unor reguli de proiectare, practici de execuție și metode de exploatare mai adecvate acestor tipuri de elemente.

2.5.2.1. Determinări experimentale

Au fost efectuate observații și determinări in-situ asupra stâlpilor LEA pe linii de 20kV din următoarele zone: Ivanda - Timiș, centură Reșița, rurală - Bocșa.

S-a constatat că la anumiți stâlpi, care deși se prezintă în ansamblu corespunzător, există o serie de degradări locale (fisuri, armături descoperite, dislocări de beton) datorate transportului, manipulării și punerii în poziția de exploatare. Astfel de defecte accentuează procesul de degradare în timp, cauzat de factorii de mediu ca dioxidul de carbon și umiditatea naturală.

Determinările experimentale efectuate in-situ s-au referit la: încercări nedistructive pentru stabilirea rezistenței la compresiune a betonului (metoda sclerometrului și metoda ultrasonică de impuls); determinări privind carbonatarea betonului (utilizând indicatorii fenolftaleină, universal A și universal B).

Aceste determinări au fost efectuate în scopul stabilirii rezistenței efective la compresiune R_b a betonului, respectiv verificarea adâncimii de pătrundere în elementele cercetate a dioxidului de carbon (carbonatarea betonului), rezultatele fiind cuprinse în Tabelul 2.1. Aprecierea teoretică a adâncimii de carbonatare s-a făcut cu relația (1.10) a prof. C. Bob și este prezentată în Tabelul 2.1. Din datele existente în tabel se poate aprecia că există o bună corespondență între datele testelor experimentale și valorile determinate teoretic privind adâncimea de carbonatare.

Tabelul 2.1

Datele calculelor teoretice și valorile experimentale privind carbonatarea betonului

Localitatea Elementul	Anul implantării LEA	R_b [N/mm ²]	Adâncimea de carbonatare [mm]	
			Teoretică x_t	Experimentală x_{exp}
Ivanda SV/342	1960	48,20	10,88	0 - 5
Ivanda SV/344/1	1960	38,06	13,79	0 - 15
Ivanda SE9/341	1985	73,66	3,66	0 - 5
Reșița 34	1958	36,46	17,77	0 - 20
Bocșa	1962	64,30	7,91	0 - 5
$\bar{x} = \frac{150ckd}{R_b} \sqrt{t} \quad (1.10)$				
<p>c - influența tipului de ciment, s-a considerat c = 1,2 (ciment PZ); k - condițiile de mediu, k = 0,5 (exterior neprotejat); d - concentrația dioxidului de carbon (d = 1,2 - Reșița; d = 1,0 restul elementelor).</p>				

2.5.2.2. Perioada de propagare a coroziunii armăturilor

Perioada de propagare a coroziunii în barele de armătură a fost studiată în Capitolul 1. Aceasta depinde de calitatea betonului, natura armăturilor și condițiile de mediu ambiant. Coroziunea armăturilor din beton este însoțită de o sporire a volumului acestora, ceea ce conduce la apariția unor fisuri paralele cu barele de oțel; se poate produce și o desprindere a stratului de beton de acoperire datorită creșterii volumului armăturilor corodate. Prin observarea fisurilor cauzate de coroziune (aceiași tip de fisuri pot fi cauzate și de contracție, variație de temperatură, etc.) se poate stabili gradul de coroziune admis pentru o exploatare normală. Pe baza datelor experimentale prezentate în Tabelul 1.2 s-a stabilit că la o deschidere a fisurilor din coroziune de circa 0,1 mm se atinge limita maximă a procesului de distrugere a armăturilor.

Pentru stâlpii cercetați perioada de propagare a coroziunii se estimează în conformitate cu datele din Tabelul 1.2 și Figura 1.14.

Astfel pentru o viteză de coroziune $v_c = 0,05 \text{ mm/an}$, valabilă pentru toți stâlpii cu excepția celor de la Reșița, se atinge o adâncime de metal corodat $m_c = 0,125 \text{ mm}$, conform Tabelului 1.2 ($A/C = 0,5$; $d = 20 \text{ mm}$; $f = 11 \text{ mm}$), în **2,5 ani**.

Pentru stâlpii de pe centura Reșița se aproximează o viteză de coroziune $v_c = 0,08 \text{ mm/an}$ (centura este foarte aproape de zona industrială) și se atinge o adâncime de metal corodat $m_c = 0,125 \text{ mm}$ în circa **1,5 ani**.

2.5.2.3. Interpretarea probabilistică a rezultatelor

În vederea stabilirii unor concluzii care să poată fi generalizate pentru o gamă mai largă de stâlpi din categoria celor studiați, în Tabelul 2.2 s-a făcut o analiză probabilistică, în repartiție normală, a carbonatării betonului; relațiile pentru calculul coeficienților prezentați sunt cele cuprinse în paragraful 2.5.1.

Se face precizarea că pentru a stabili durata de funcționare a elementelor de beton armat există două perioade: perioada de inițiere a coroziunii, datorată în cazul de față carbonatării betonului; perioada de coroziune propriu-zisă a armăturilor, care pentru stâlpii LEA a fost apreciată conform [2.11] la circa 3 ani.

Tabelul 2.2

Analiza probabilistică în repartiție normală a carbonatării betonului

Localitatea Elementul	Coef. central de siguranță C_0	Coef. de siguranță caracteristic C_p	Indicatorul de reliabilitate β_E	Probabilitatea de cedare P_c
Ivanda SV/342	1,838	1,185	2,847	$0,3 \times 10^{-2}$
Ivanda SV/344/1	1,450	0,935	1,870	$0,5 \times 10^{-1}$
Ivanda SE9/341	5,460	3,520	5,440	$1,5 \times 10^{-8}$
Reșița 34	1,125	0,725	0,637	$\cong 10^{-1}$
Bocșa	2,528	1,630	3,896	$\cong 10^{-4}$

$$C_0^c = \frac{\bar{x}_r}{x_a} = \frac{\text{acoperirea cu beton (20mm)}}{\text{adincimea de carbonatare } (\bar{x}_t)} \quad (2.81)$$

$$C_p = C_0 \frac{1 - 1,645C_v^r}{1 + 1,645C_v^a} \quad (2.49)$$

$$\beta_E = \frac{C_0 - 1}{\sqrt{(C_0 C_v^r)^2 + (C_v^a)^2}} \quad (2.67)$$

$$P_c = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\beta_E}^{\infty} e^{-\frac{\beta_E^2}{2}} d\beta_E \quad (2.61a)$$

Pentru $C_v^a = 0,1$ (10 %); $C_v^r = 0,15$ (15 %) și o probabilitate $p = 5\%$.

Din rezultatele determinărilor experimentale sintetizate prin analiza probabilistă din Tabelul 2.2 se disting următoarele concluzii:

a) Principalii factori care influențează durabilitatea stâlpilor LEA, ca de altfel ai tuturor elementelor de beton, sunt: calitatea betonului (reprezentată prin rezistența la compresiune), grosimea stratului de acoperire, concentrația dioxidului de carbon și/sau a ionilor de clor;

b) La stâlpii LEA având marca betonului cea dată prin proiect (B300) și grosimea stratului de acoperire cea prevăzută (20 mm), durata medie de exploatare, în condiții normale (neagresive chimic) de mediu exterior, este de 30 - 35 de ani;

c) În literatura de specialitate (vezi paragraful 2.4.2.1) se apreciază că pentru construcții de importanță medie, probabilitatea de cedare trebuie să fie $P_c = 10^{-4} \dots 10^{-6}$ ($10^{-3} \dots 10^{-4}$ la importanță secundară); numai doi dintre stâlpii analizați îndeplineau această condiție la momentul investigării.

2.6. Abordarea probabilistică a efectelor induse de reacția alcali-agregate în elementele de beton armat

Problema reacției alcali-agregate (RAA) a devenit, în ultimii ani, foarte studiată datorită multitudinii de structuri afectate de acest fenomen, în diferite zone ale lumii: S.U.A., Marea Britanie, Japonia, Australia, Franța, Canada, etc. Astfel de exemple de structuri afectate de RAA sunt: piloni de poduri; blocuri de beton simplu, prefabricate, utilizate în medii marine; ziduri de susținere; scări; îmbrăcăminte rutiere (Figura 2.13); diguri fluviale și marine (Fig. 2.14) [2.13]:

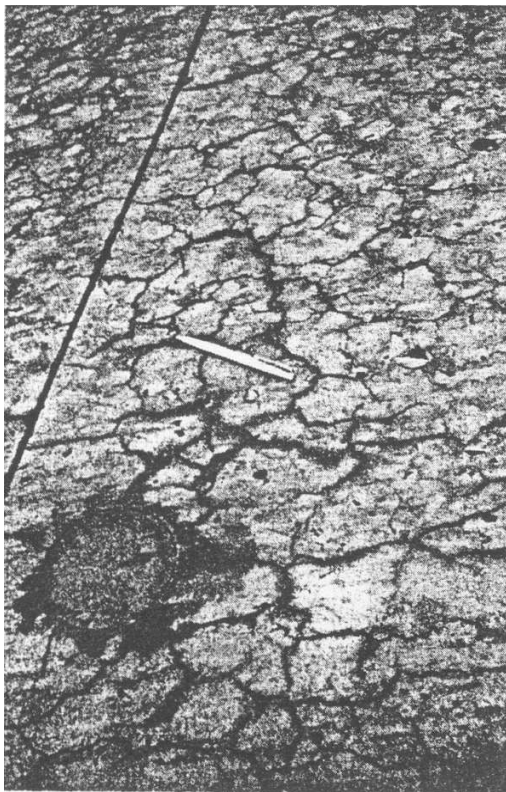


Figura 2.13. Îmbrăcăminte rutieră din beton (lungime creion: 12,5cm).

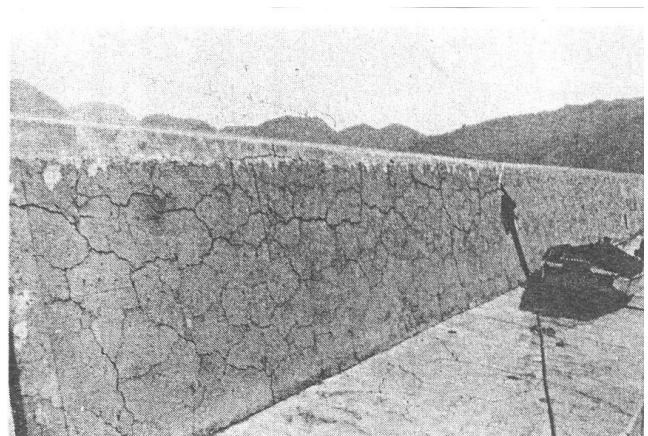


Figura 2.14. Dig marin (beton simplu).

La o primă estimare, superficială, problema RAA se poate prezenta ca similară altor procese de deteriorare a betonului, procese familiare deja, cercetătorilor și inginerilor. Astfel, RAA este un fenomen dependent de timp (problemă de durabilitate) - apare pe timpul duratei de serviciu a structurilor (deseori după câteva decenii de comportare bună sau satisfăcătoare a structurii), dă semne exterioare vizibile ale distrugerilor interne, și în general pare a nu fi periculoasă pentru durata de folosință a construcției. Totuși, experiența acumulată până în prezent a arătat că efectele RAA pot fi foarte profunde și severe în detrimentul structurilor de beton, afectând rezistența, rigiditatea, siguranța în exploatare și stabilitatea.

Fenomenul reacției alcali-agregate este complex, exitând o multitudine de parametri interactivi și interdependenți care îi influențează apariția. Deși RAA este studiată din 1940, de când Stanton a publicat prima lucrare în care demonstra existența RAA între constituenți unui beton, și în prezent se dezvoltă cercetări pentru explicarea fenomenului (spre exemplu: R.N. Swamy [2.13], J.P. Bournazel [2.14], [2.15]).

2.6.1. Natura reacției alcali-agregate în beton

Incompatibilitatea agregatelor cu cimentul apare la betoanele preparate cu cimenturi bogate în alcalii (Na_2O și K_2O , conținutul minim de alcalii din ciment la care poate avea loc reacția de expansiune este de 0,6 % echivalent de carbon [2.2]) și cu agregate care conțin bioxid de siliciu activ (opale, calcedonie, flint, etc.). La prepararea betonului, alcaliile trec în soluție sub formă de hidroxizi și reacționează cu SiO_2 activ din agregate formând geluri, care au caracteristica de a se umfla în contact cu apa, solicitând și distrugând betonul.

Presiunile din expansiune datorate RAA conduc la producerea și propagarea microfisurilor, rezultă expansiunea, deteriorarea și eventual distrugerea elementelor structurale din beton.

Studii detaliate au arătat că există un număr de materiale diferite care interacționează chimic în beton, ceea ce poate fi descris ca reactivitate alcali-agregate. Astfel apare reactivitatea alcali-carbonați, manifestată prin reacții de diferite tipuri. De asemenea apar și reacții alcali-silicați, și diferit de acestea, reacții alcali-silice. Reacția alcali-silice este rezultat a reacțiunii dintre alcali și componentele silicioase a particulelor de agregate, rezultând un gel alcali-silice care crește în volum pe măsură ce absoarbe apă și generează presiuni destul de mari în beton.

Dezvoltarea fisurilor datorită RAA în beton va putea facilita coroziunea armăturilor.

Datorită complexității fenomenului, până în prezent nu a fost dezvoltată o metodă de testare care să garanteze că o structură nu va fi niciodată afectată de RAA. La ora actuală există teste pentru identificarea reactivității alcali-agregate (evaluarea agregatelor reactive cu alcalii și a betoanelor susceptibile de producerea RAA), și a potențialului de dezvoltare a RAA în beton. Testele constau în: examinare petrografică, teste tradiționale (pe prisme de mortar sau beton; teste chimice), teste rapide, teste nedistructive (teste dezvoltate în S.U.A., Germania, Marea Britanie, Danemarca, etc.). Aceste teste prezintă limitări, nici unul dintre ele nefiind, la ora actuală, complet demn de încredere; de aceea există în continuare cercetări și în această direcție.

În câteva privințe RAA este un proces neobișnuit și destul de devastator odată ce a apărut. Dificultățile de recunoaștere, identificare și monitorizare fac din RAA o problemă deosebită de durabilitate.

RAA este dependentă, într-un grad ridicat, de: condițiile de mediu (temperatură, umiditate defavorabile); concentrația de agregate reactive; concentrația de alcali din beton; difuziunea și absorbția variabile ale betonului.

Cercetările actuale sunt orientate și spre cuantificarea prin calcul a efectelor expansiunilor aleatoare, neuniforme datorate reacției alcali-agregate în beton, efecte mecanice (stări de deformații și tensiuni). În această arie se înscriu și studiile experimentale, teoretice și de simulare pe calculator a RAA, prezentate în continuare. Acestea sunt rodul unui stagiu de cercetare TEMPUS efectuat la "Ecole Normale Supérieure" Cachan, Franța.

2.6.2. Simularea pe calculator a comportării elementelor de beton armat afectate de RAA

Cercetările s-au axat pe studiul unei grinzi de beton armat (Figura 2.15):

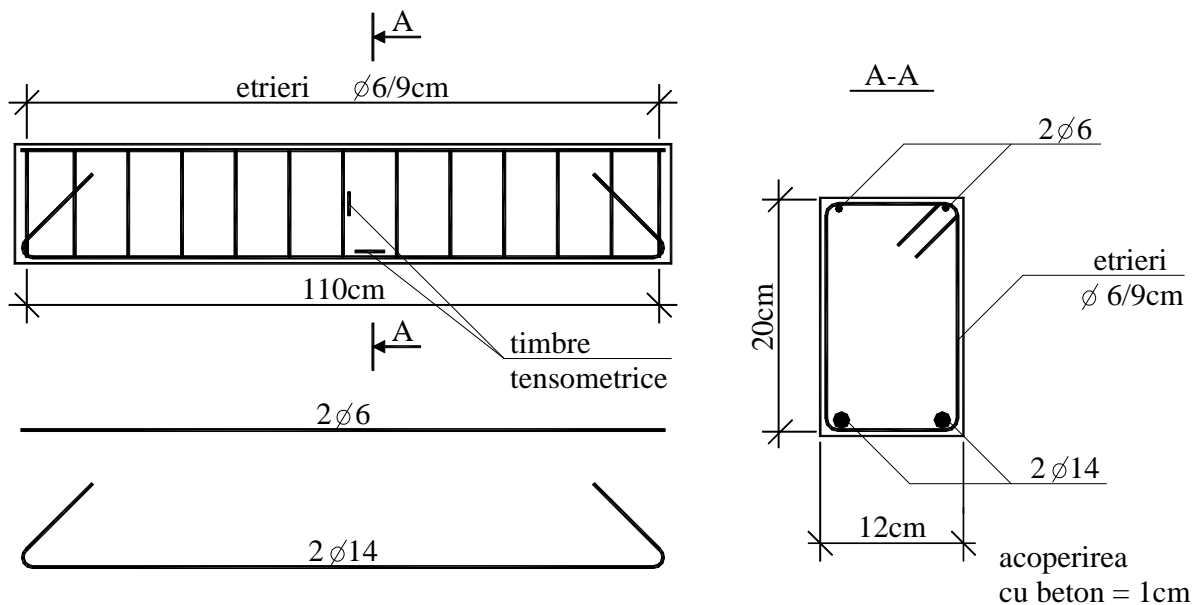


Figura 2.15. Grinda de beton armat studiată.

Această grindă de beton armat a fost proiectată astfel încât să reziste la expansiunile datorate RAA (mărimea lor a rezultat din cercetări anterioare) fără ca armătura să ajungă la curgere, și ruperea sub încărcări exterioare la încercarea de încovoiere să se producă la momente încovoietoare. Armătura longitudinală de rezistență a fost realizată din bare de înaltă aderență (clasificarea dată de normele franceze) cu limita de curgere 550 N/mm^2 . Compoziția betonului a fost stabilită reactivă alcali-agregate: ciment portland de înaltă performanță (clasificarea dată de normele franceze), cu întărire rapidă și rezistență la compresiune $55\text{-}65 \text{ N/mm}^2$; raportul apă-ciment $A/C = 0,5$; agregate cu conținut de silice reactivă (din Belgia); soluție de alcali Na_2O . Clasa de beton a fost C 45/55.

Odată cu turnarea grinzii s-au realizat și epruvete pentru determinarea rezistenței la compresiune (cilindri); rezistenței la întindere din despicare (cilindri); aderența armătură-beton (cuburi); expansiunea în beton datorită RAA (prisme).

Condițiile de menținere a epruvetelor și grinzii de beton armat după turnare au fost umiditate 90 % și temperatură 60°C pentru a obține rapid efecte de expansiune și fisurare puternice în beton, datorită RAA.

În timp au fost urmărite deformațiile armăturilor longitudinale și etrierilor (prin timbre tensometrice) și expansiunile din beton (măsurători pe prisme).

Modelarea pe calculator s-a făcut pentru grinda de beton armat proiectată și realizată conform descrierii anterioare. Calculul automat a constatat dintr-o analiză cu elemente finite, prin programul "CASTEM 2000" [2.17] de producție franceză (C.E.A. - Franța).

Simularea RAA s-a făcut prin echivalarea expansiunilor măsurate pe prismele de beton cu deformații impuse din temperatură. Aceste deformații din temperatură au fost introduse ca solicitări în programul de calcul. Pentru modelarea cât mai reală a expansiunilor neuniforme din RAA s-a creat un câmp variabil de temperaturi (după legea de distribuție normală - Gauss); beneficiind, astfel, de facilitățile programului "CASTEM 2000" temperaturile au fost stabilite aleator pentru fiecare punct de integrare Gauss (4 puncte pentru elemente finite dreptunghiulare) al fiecărui element finit. Discretizarea în elemente finite a betonului s-a făcut cu elemente de suprafață cu 4 noduri (pentru studiul stării plane de tensiune), cu caracteristicile mecanice și fizice reale ale betonului folosit; discretizarea armăturilor s-a făcut cu elemente finite liniare, (cu caracteristicile mecanice și fizice reale ale oțelului folosit), suprapuse peste rețeaua de elemente finite beton.

Pentru evidențierea modului de calcul prin programul "CASTEM 2000", la acțiunea unui câmp neuniform de temperaturi se prezintă, în Figura 2.16, deformată obținută pentru o grindă (simplu rezemată la capete) de beton simplu cu caracteristicile prezentate anterior. Se poate observa modul diferențiat de deformare a betonului datorită încărcărilor aleatoare, în urma unui calcul liniar elastic.

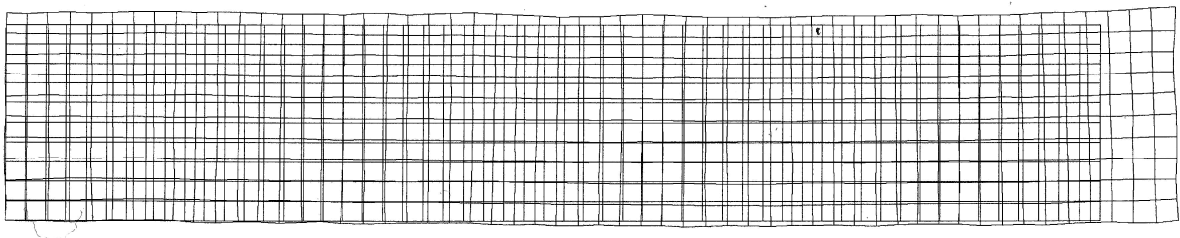
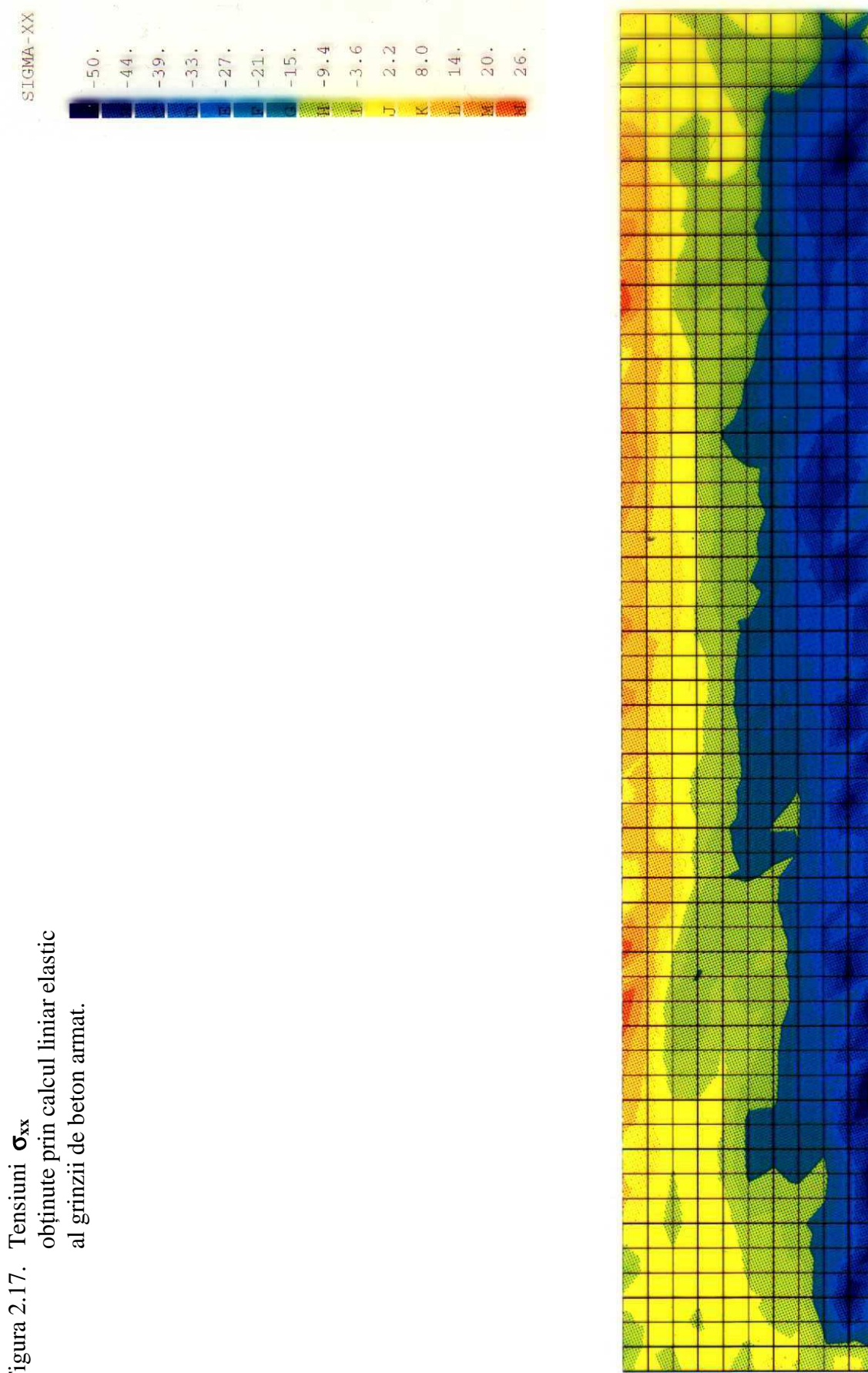


Figura 2.16. Deformată grinzii de beton simplu sub acțiunea unui câmp neuniform de temperaturi (calcul liniar elastic).

Rezultatele calculului grinzii de beton armat (diagrama de tensiuni normale σ_{xx} , x fiind axa longitudinală a grinzii) obținute prin calcul liniar elastic sunt prezentate în Figura 2.17.

Figura 2.17. Tensiuni σ_{xx} obținute prin calcul liniar elastic al grinzii de beton armat.



Pentru evidențierea distrugerilor din beton sub acțiunea câmpului neuniform de temperatură s-a făcut un calcul elasto-plastic. Modelul de comportare elasto-plastică a betonului, obținut experimental [2.16], este cel prezentat în Figura 2.18.

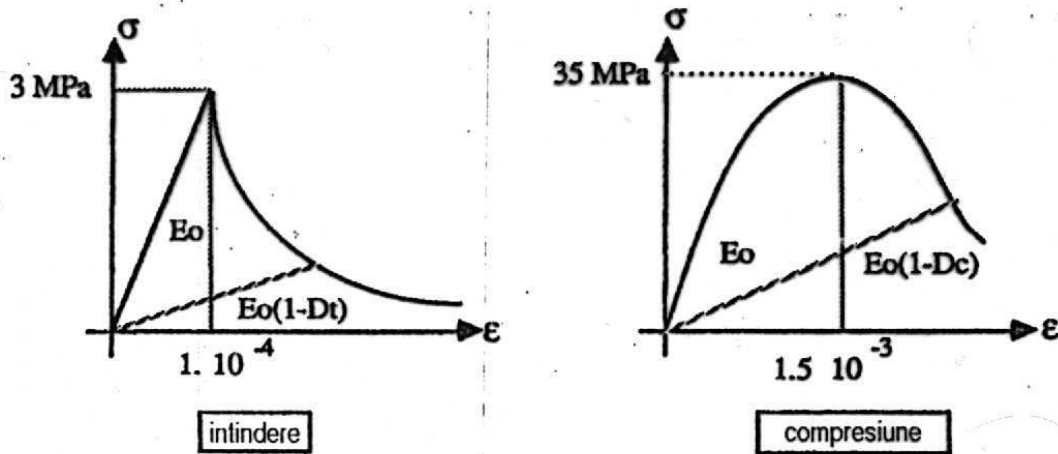


Figura 2.18. Model de comportare elasto-plastică a betonului [2.16].

Așa cum se poate observa din Figura 2.18, s-a introdus variabila **D** (**D** - Distrugere, "Damage" sau "endommagement"), variabilă care a fost determinată experimental, având expresii diferite pentru întindere (**D_t**) și compresiune (**D_c**). "Distrugerea" **D** ia în considerare deteriorarea betonului pe măsura încărcării acestuia, prin modificarea modului de elasticitate **E₀** :

$$E = E_0 (1 - D) \quad (2.82)$$

Acest model de comportare, dezvoltat de prof. J. Mazars [2.16], a fost implementat în programul de calcul "CASTEM 2000".

În urma calculului nelinier în domeniul elasto-plastic al grinzii de beton armat s-au obținut, la diferite trepte de încărcare, rezultatele prezentate în Figura 2.19 și Figura 2.20.

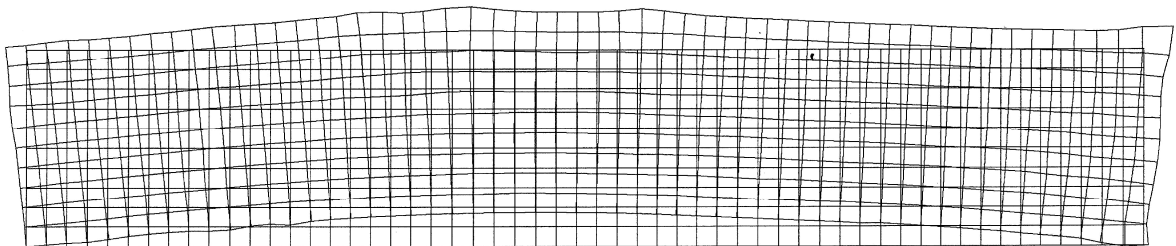
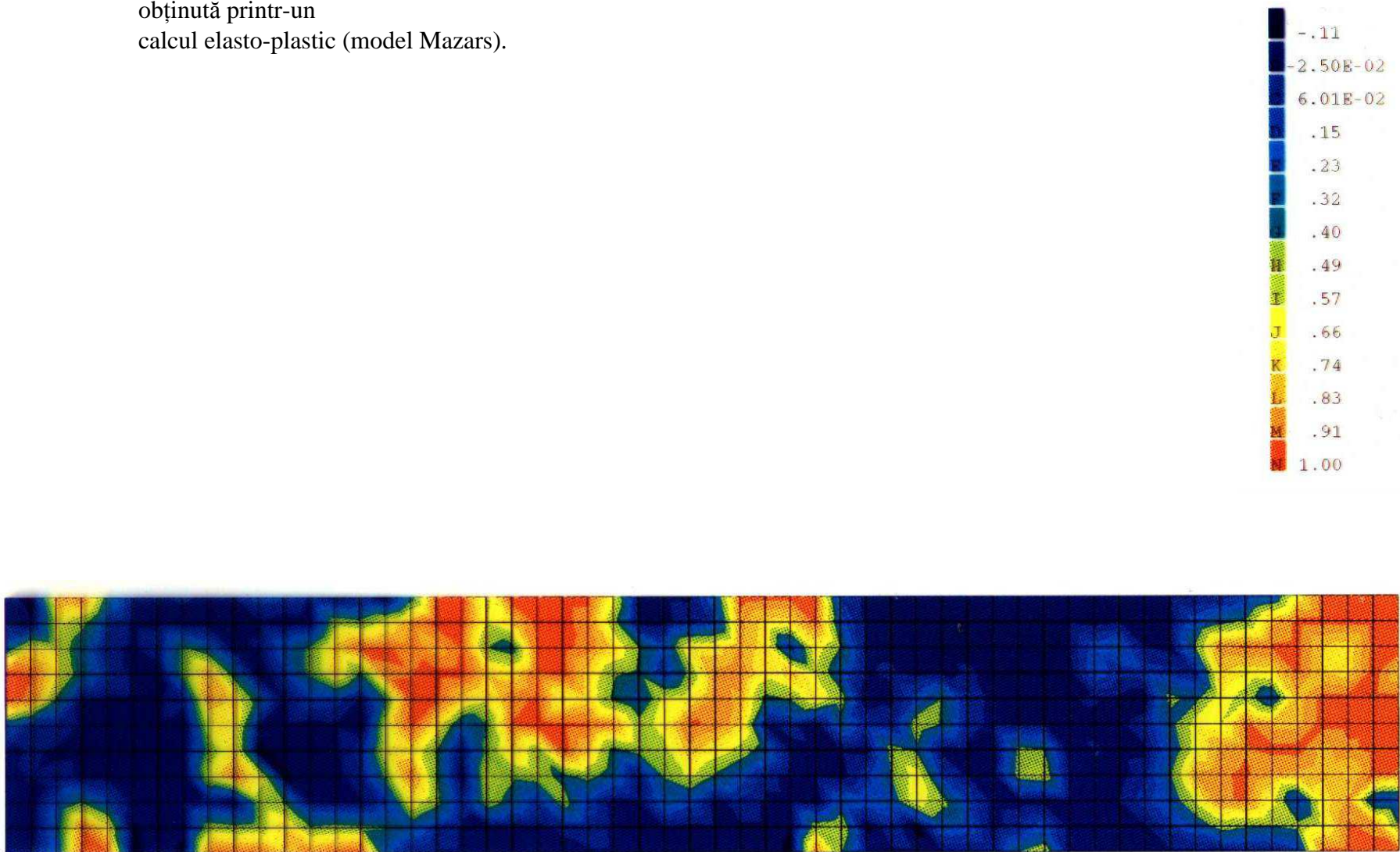


Figura 2.19. Deformată grinzii de beton armat sub acțiunea unui câmp neuniform de temperaturi (calcul elasto-plastic - model Mazars).

Din Figura 2.19 se pot observa deformațiile neuniforme datorate câmpului de temperaturi impuse aleator, precum și influența barelor de armătură asupra deformatelor generale a grinzii de beton armat.

Figura 2.20. Harta variabilei "Distrugere **D** " obținută printr-un calcul elasto-plastic (model Mazars).



Variabila **D** poate avea valori între **0** (material fără distrugeri) și **1** (material distrus complet), așa cum se poate observa și din Figura 2.20, unde există zone de beton complet deteriorate, și zone de beton fără distrugeri. Prin calculul neliniar efectuat se poate urmări evoluția variabilei **D** funcție de încărcare (câmpul de temperatură neuniform).

2.6.3. Concluzii

Reacția alcali-agregate în beton reprezintă o problemă de durabilitate dificil de rezolvat. La ora actuală există diferite abordări ale acestui fenomen de către diferiți cercetători. O posibilitate de modelare prin calcul a efectelor expansiunii din RAA o reprezintă cea a generării unor câmpuri neuniforme, aleatoare de temperaturi pentru a echivala deformațiile din expansiune. Cu aceste încărcări se pot face analize mecanice în domeniul liniar elastic și elasto-plastic folosind programe de calcul specifice.